

# Esercitazione 5, GE210

## Geometria e Algebra Lineare II

Esercitatore: Luca Schaffler

24/10/2023

**Problema 1.** Siano  $v_1, \dots, v_m, v_{m+1}$  vettori di uno spazio vettoriale euclideo  $V$ . Supponiamo che  $v_1, \dots, v_m$  siano indipendenti e che  $v_{m+1} \in \langle v_1, \dots, v_m \rangle$ . Siano  $w_1, \dots, w_{m+1}$  ottenuti da  $v_1, \dots, v_{m+1}$  tramite il processo di ortogonalizzazione di Gram–Schmidt:

$$w_1 := v_1, \quad w_2 := v_2 - \frac{\langle w_1, v_2 \rangle}{\langle w_1, w_1 \rangle} w_1, \dots$$

Dimostrare che allora  $w_{m+1} = \vec{0}$ .

**Problema 2.** Consideriamo  $\mathbb{R}^3$  con il prodotto scalare standard. Sia

$$\mathbf{b} = \left\{ \mathbf{b}_1 := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbf{e}}, \mathbf{b}_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathbf{e}}, \mathbf{b}_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}_{\mathbf{e}} \right\}.$$

una base di  $\mathbb{R}^3$ . Rispetto a questa base, siano

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathbf{b}}, \quad w = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}_{\mathbf{b}}.$$

Calcolare il prodotto vettoriale  $v \wedge w$  esprimendolo nella base  $\mathbf{b}$ .

**Problema 3.** Si consideri il piano Euclideo  $\mathbf{E}^2$ .

- Calcolare la distanza del punto  $P_0$  di coordinate  $(-1, 3)$  dalla retta  $r$  di equazione  $5X + 2Y + 1 = 0$ .
- Determinare un'equazione cartesiana della retta  $s$  passante per il punto  $P_0 = (5, -1)$  e ortogonale alla retta  $r$  di equazione  $2X - 7Y + 2 = 0$ .
- Determinare un'equazione cartesiana di ogni retta  $s$  passante per il punto  $P_0 = (1, 1)$  e distante 2 dal punto  $Q_0 = (-2, -1)$ .
- Determinare un'equazione cartesiana di ogni retta  $s$  passante per il punto  $P_0 = (2, 6)$  e formante un angolo convesso di  $\pi/6$  con la retta  $r$  di equazione  $X = 0$ .