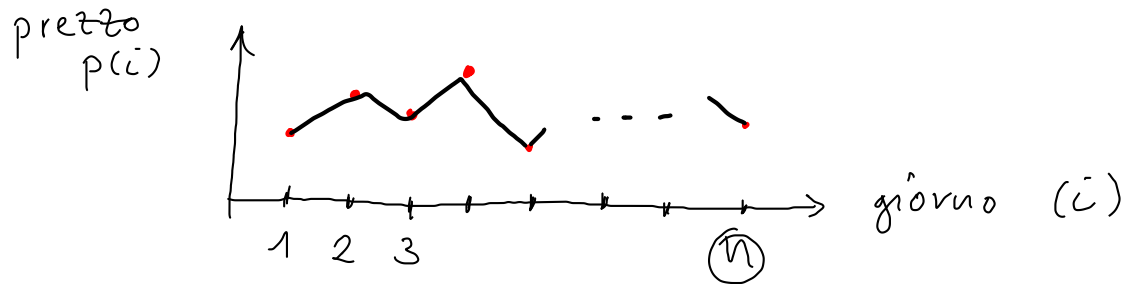


Compravendita di titoli azionari

1 titolo azionario su n giorni



Es. $n=3$

$$p(1)=3, p(2)=1, p(3)=5$$

→ Compra al giorno 2,

Vendi al giorno 3

$$\rightarrow p(3) - p(2) = 4$$

Come identificare due giorni i e j ($i \leq j$)

in modo da massimizzare il guadagno $p(j) - p(i)$?

Algoritmo forza bruta: $\Theta(n^2)$

$$\binom{n}{2} = \Theta(n^2)$$

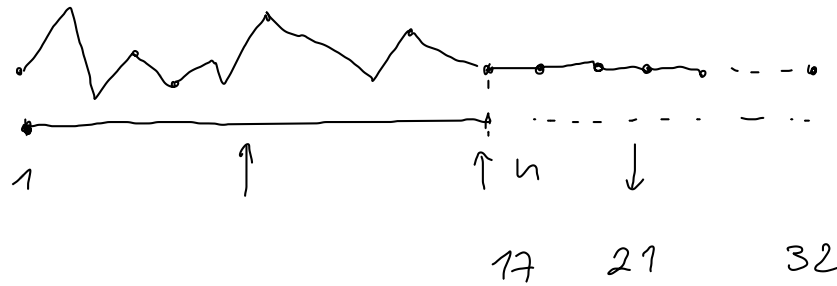
→ (a) Sviluppare un algoritmo $O(n \log n)$?

→ (b) Sviluppare un algoritmo $O(n)$? ← Programmazione dinamica

$OPT(i)$ = guadagno massimo fino all' i -esimo giorno

$OPT(i) =$

$T(n)$

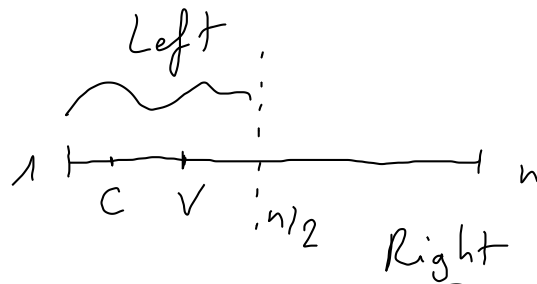


$$T(n) = 2T(n/2) + O(n)$$

$$T(n) = O(n \log n)$$

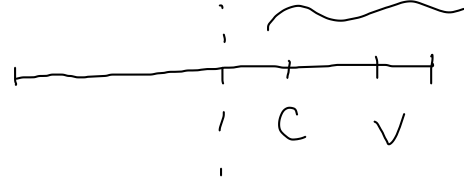
Senza perdite di generalità, possiamo assumere che n sia una potenza di 2

$T(n/2)$



→ Risolvo ricorsivamente il problema da 1 a $n/2$
(OPT_L)

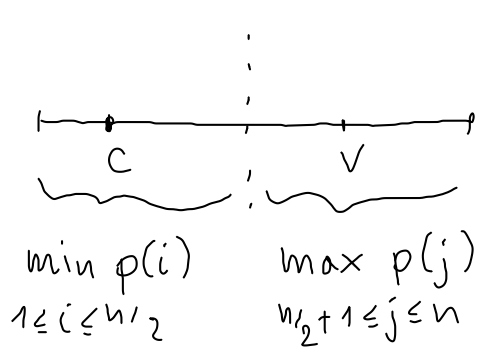
$T(n/2)$



→ " " " " " $n/2+1$ a n
(OPT_R)

$O(n)$

→



→

Calcolo $p^c = \min_{1 \leq i \leq n/2} p(i)$ e $p^v = \max_{n/2+1 \leq j \leq n} p(j)$
e calcolo $p^v - p^c$ (OPT_x)

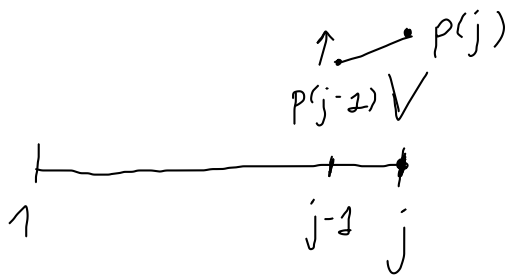
→ return $\max(OPT_L, OPT_R, OPT_x)$

Chiamo X_j il profitto massimo che posso avere se vendo nel giorno j

Se conosco X_1, X_2, \dots, X_n , la risposta è $\max_{j=1}^n X_j$.

$$X_1 = 0$$

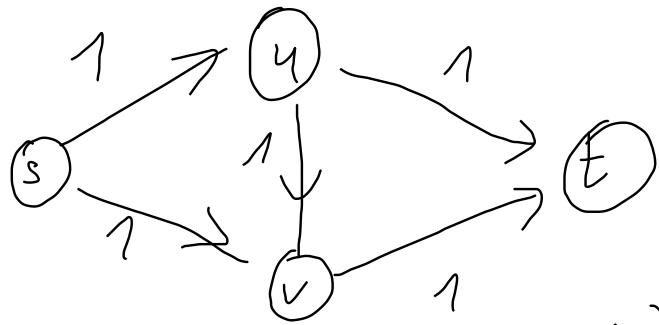
$$j > 1 : X_j = \begin{cases} 0 & \text{se compro nel giorno } j \text{ e vendo nel giorno } j \\ X_{j-1} + p(j) - p(j-1) & \text{se ho tenuto il titolo nel giorno } j-1 \\ & \text{(avevo già)} \end{cases}$$



Ciascun X_j è calcolato in tempo $O(1)$

X_1, \dots, X_n sono calcolati in tempo $O(n)$
+ $O(n)$ per trovare il massimo

Ex. 7.1

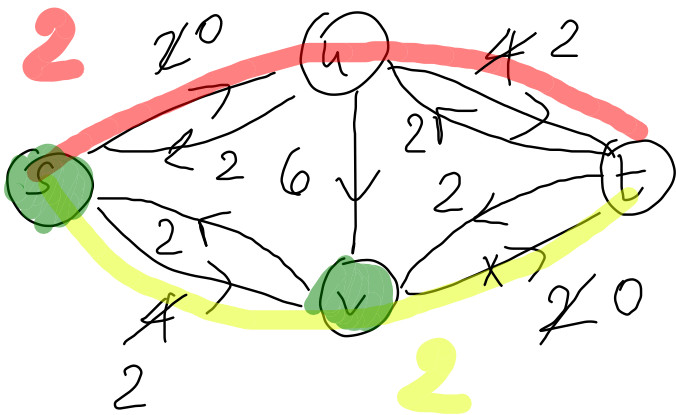


(a) Trovare tutti i tagli minimi s-t

$S \ni s$ $\bar{S} \ni t$

- 1) $(\{s\}, \{u, v, t\}) \rightarrow \textcircled{2} *$
- 2) $(\{s, u\}, \{v, t\}) \rightarrow 3$
- 3) $(\{s, v\}, \{u, t\}) \rightarrow \textcircled{2} *$
- 4) $(\{s, u, v\}, \{t\}) \rightarrow \textcircled{2} *$

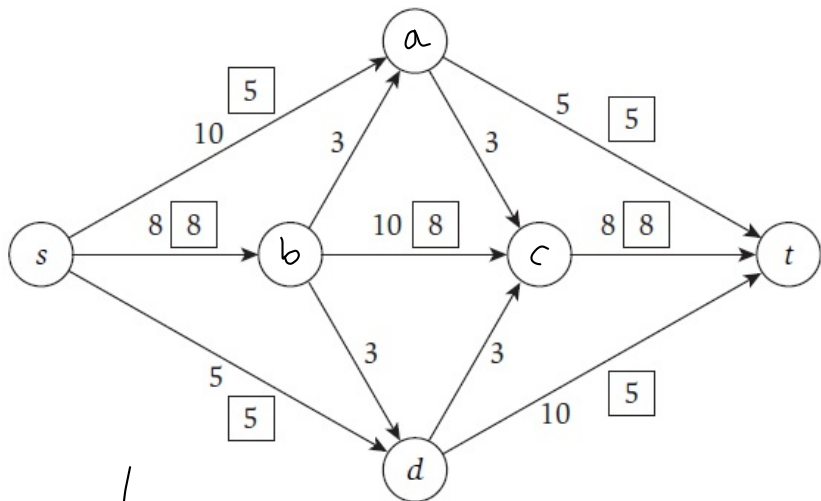
(b) Trovare la capacità del taglio s-t minimo:



→ Flusso massimo ha valore 4
 Taglio minimo " " 4

Il taglio minimo è $(\{s, v\}, \{u, t\})$

Ex. 7.2 (a) Calcolare il valore del flusso. È massimo?



(b) Trovare un taglio minimo

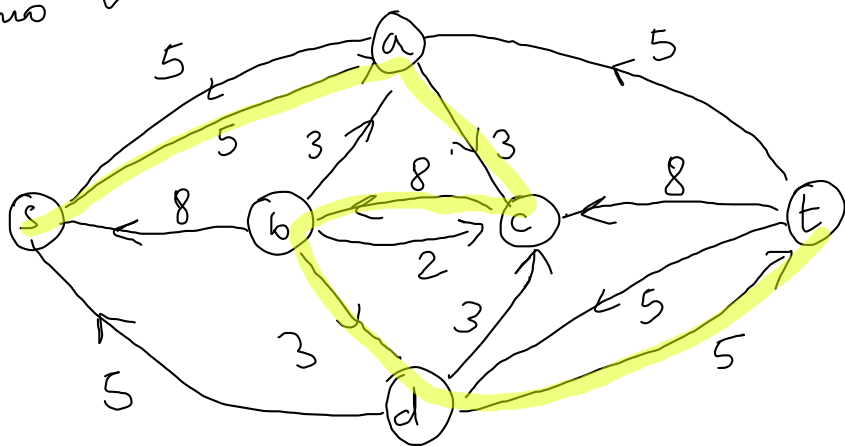
(a) Valore del flusso è 18

Non è un flusso massimo (esiste un cammino aumentante).

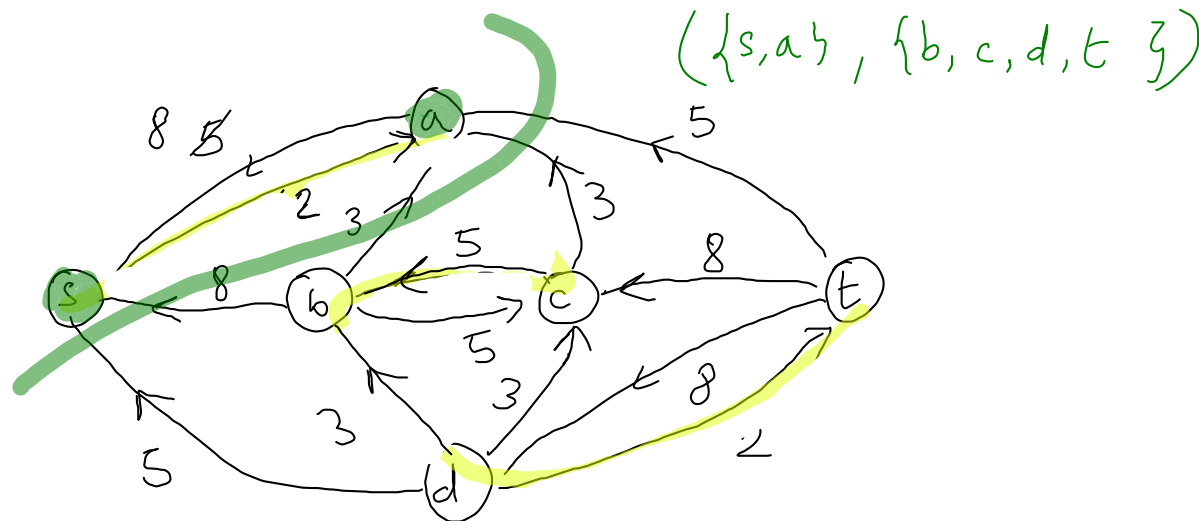
Aumento il flusso di 3 unità.

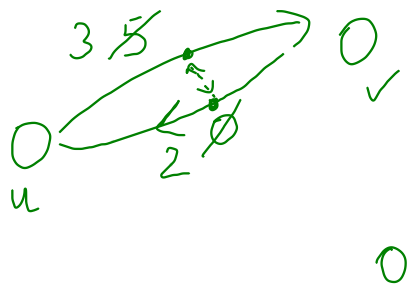
21 è il valore del taglio minimo

Grafo residuo



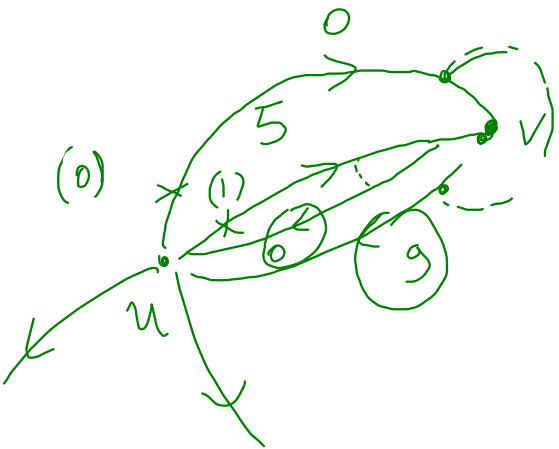
⇒





0

0



$f(e)$

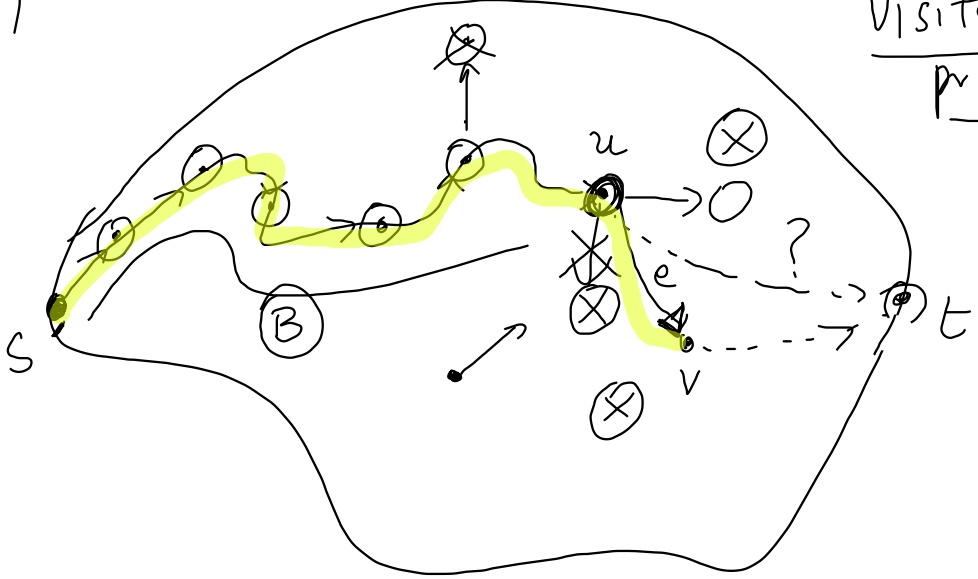
$e.f$
↑

$G[u]$

$G[v]$

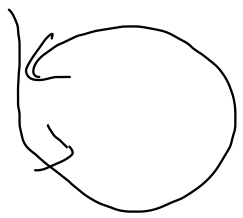


G'



Visita in profondità

B (capacità di strozzatura da s a u)



seen

(nodi già visitati) nella visita in profondità

