



# IN440 – Ottimizzazione Combinatoria

Presentazione del corso

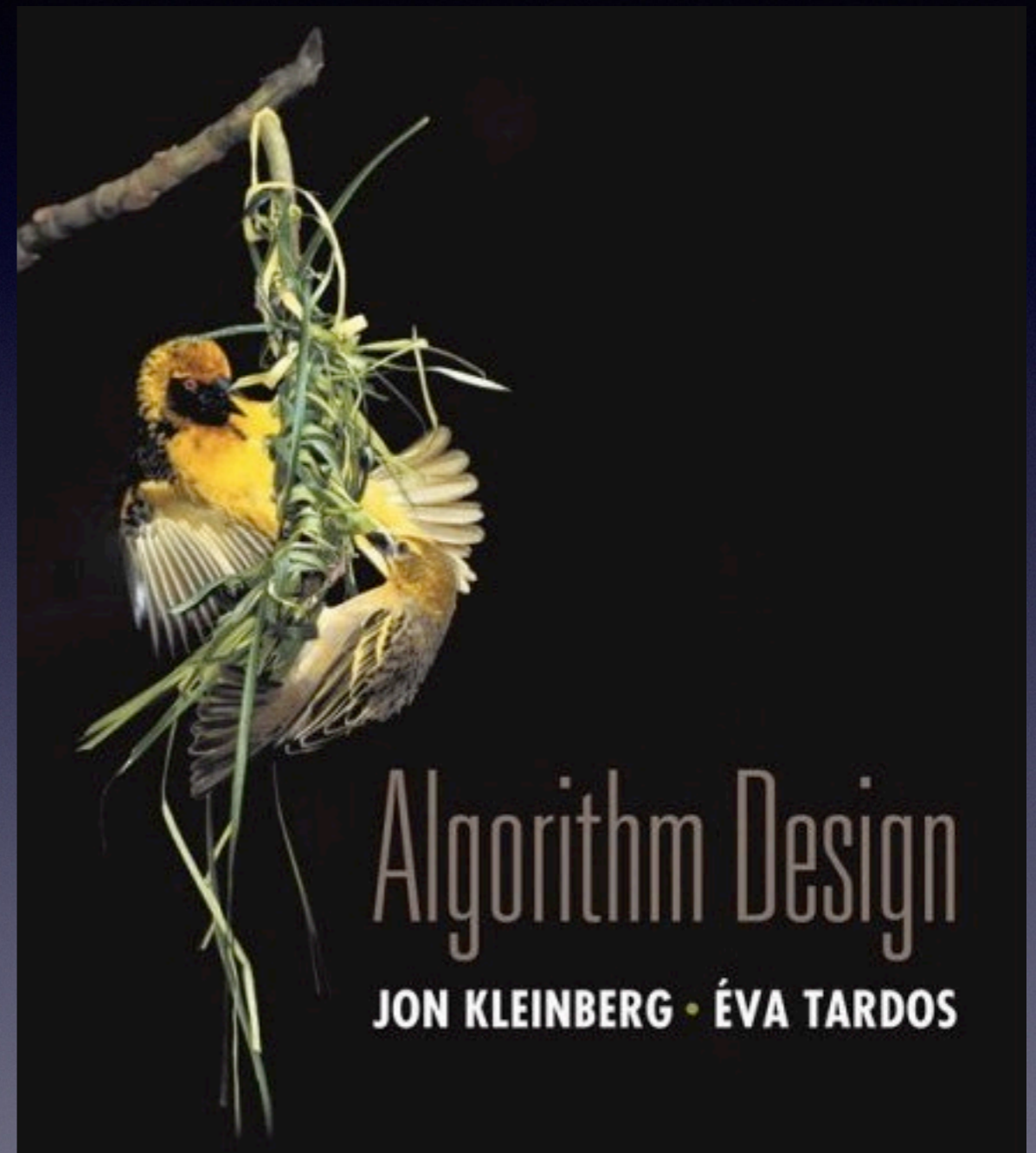
Prof. Vincenzo Bonifaci  
Università degli Studi Roma Tre

# Contatti ed orari

- Email: [vincenzo.bonifaci@uniroma3.it](mailto:vincenzo.bonifaci@uniroma3.it)
- Web: <http://ricerca.mat.uniroma3.it/users/vbonifaci/>
- Ricevimento: Mercoledì 14.00-15.00, pal.C stanza 106 \*
- Lezioni:
  - Lunedì 12.00-14.00 (M4)
  - Martedì 12.00-14.00 (M4)
- Esercitazioni al calcolatore in linguaggio Python:
  - Mercoledì 10.00-12.00 (Lab)

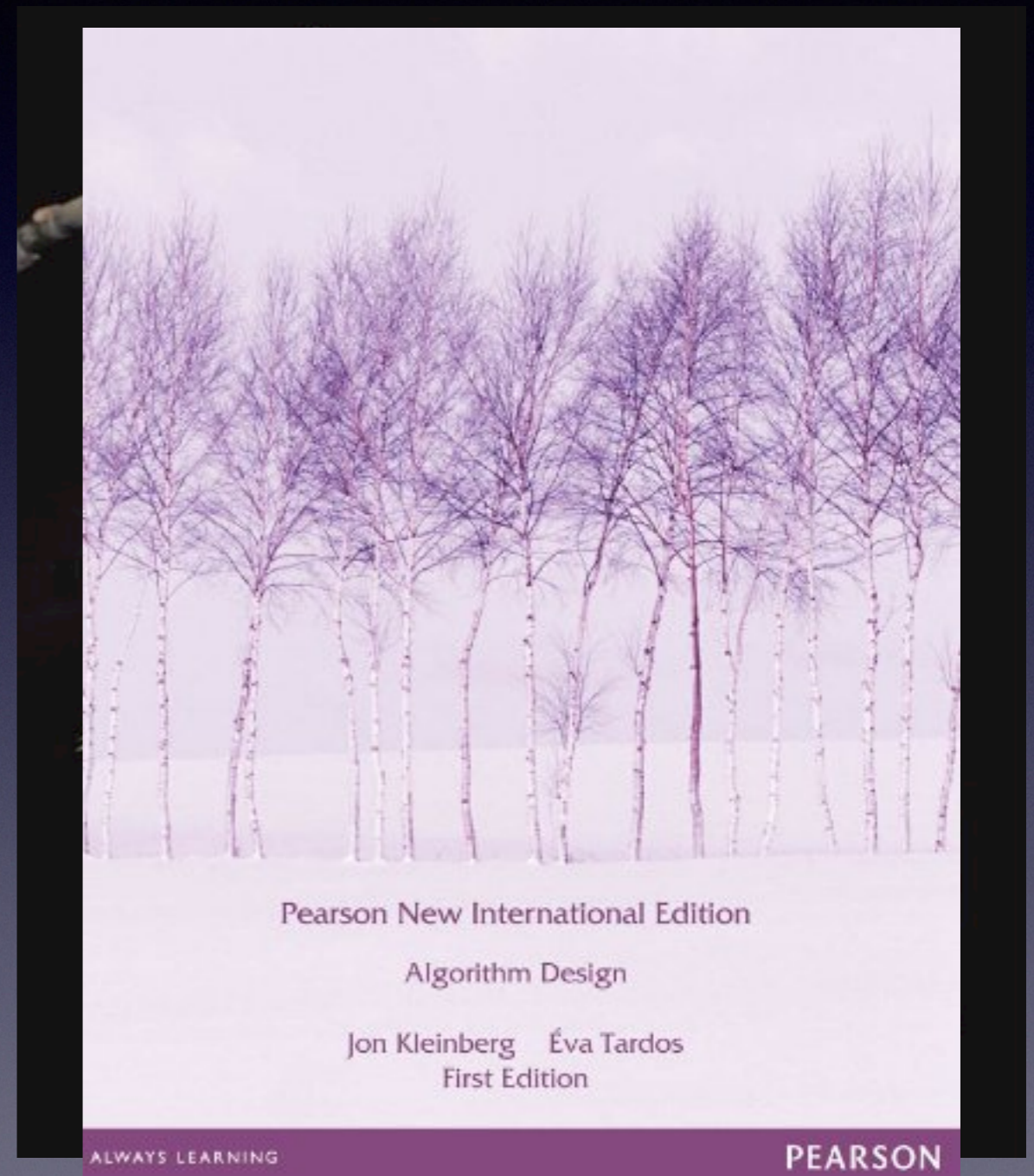
# Libro di testo

- J. Kleinberg, E. Tardos,  
*Algorithm Design*  
Pearson Education,  
2006



# Libro di testo

- J. Kleinberg, E. Tardos,  
*Algorithm Design*  
Pearson Education,  
2006



# Prerequisiti

- Programmazione in un linguaggio imperativo
- Strutture dati elementari (liste, pile, code di priorità)  
[IN110]
- Python [IN400]

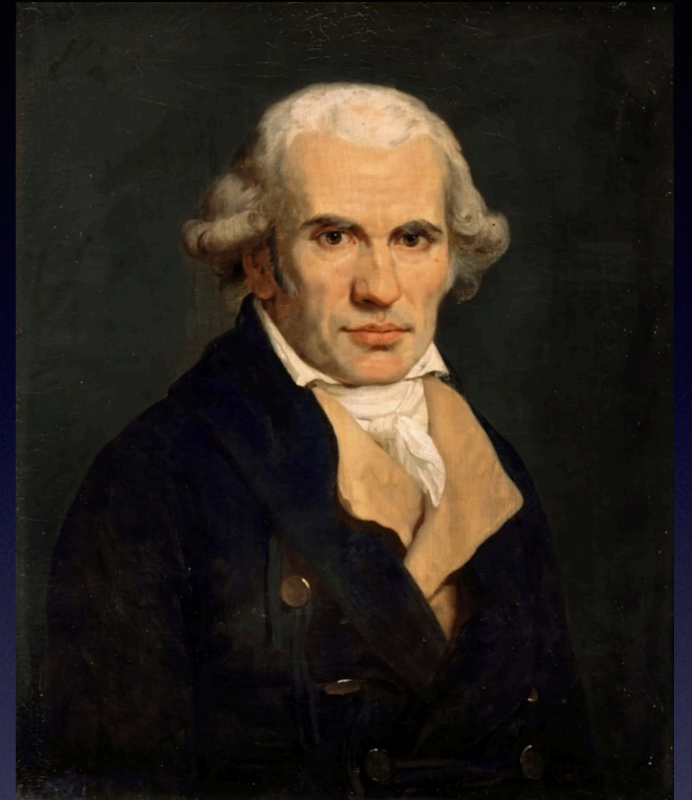
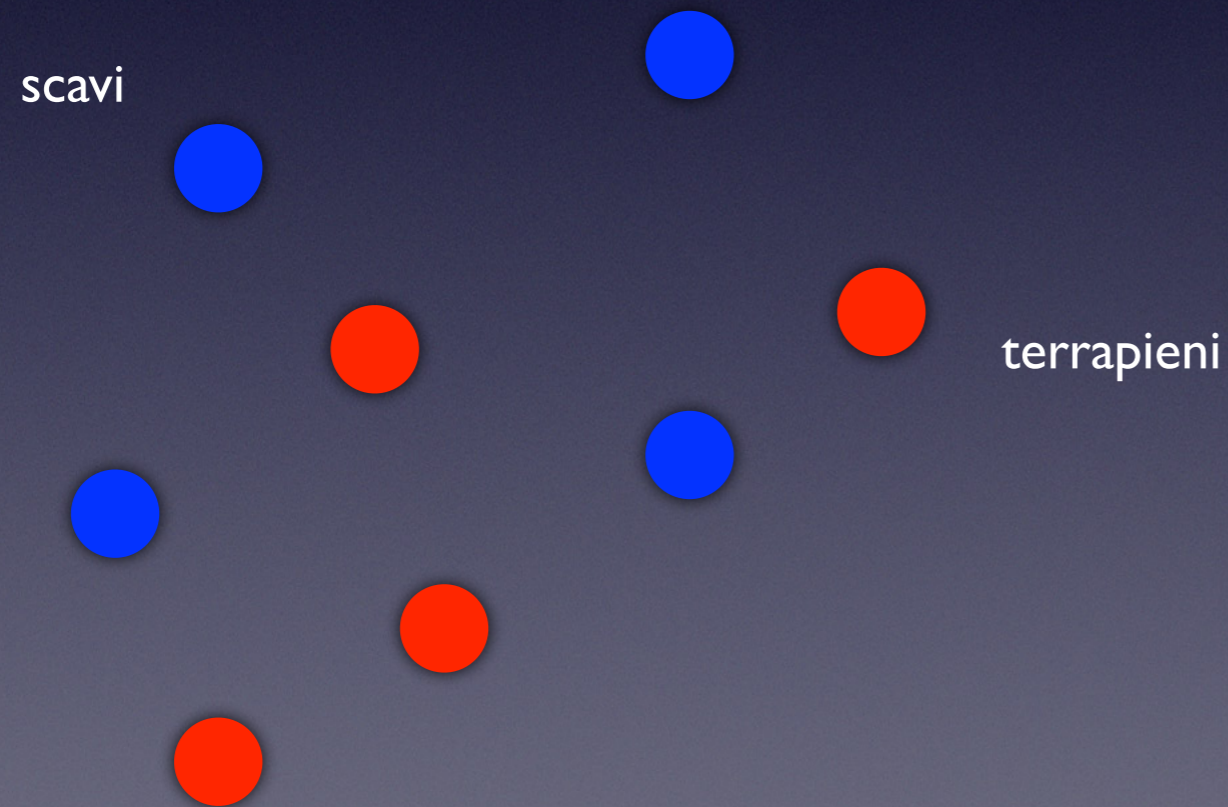
# Modalità di esame

- Esame orale (tipicamente alla lavagna)

# Introduzione all'Ottimizzazione Combinatoria

# Il problema del trasporto ottimo

- G. Monge,  
*Trattato sulla teoria degli scavi e terrapieni*  
(1784)



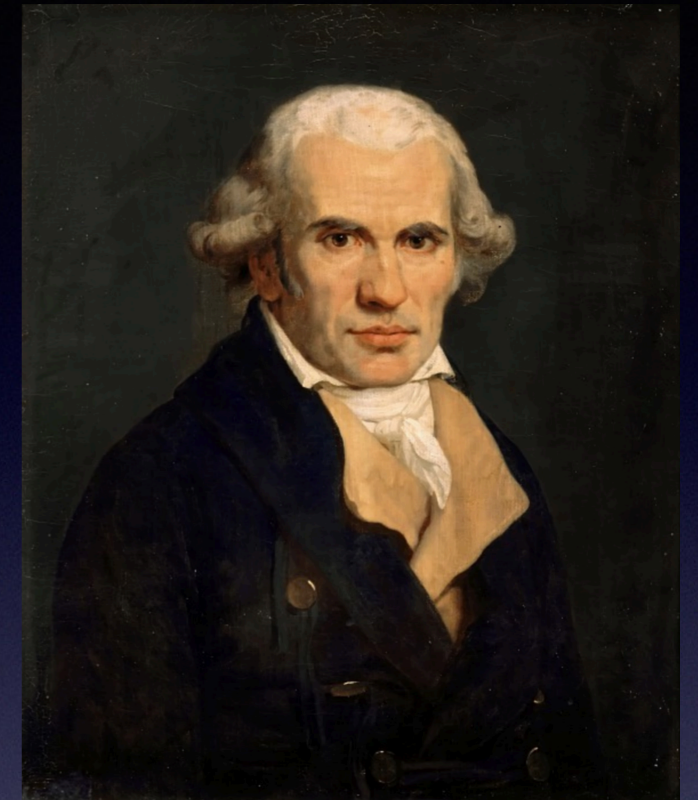
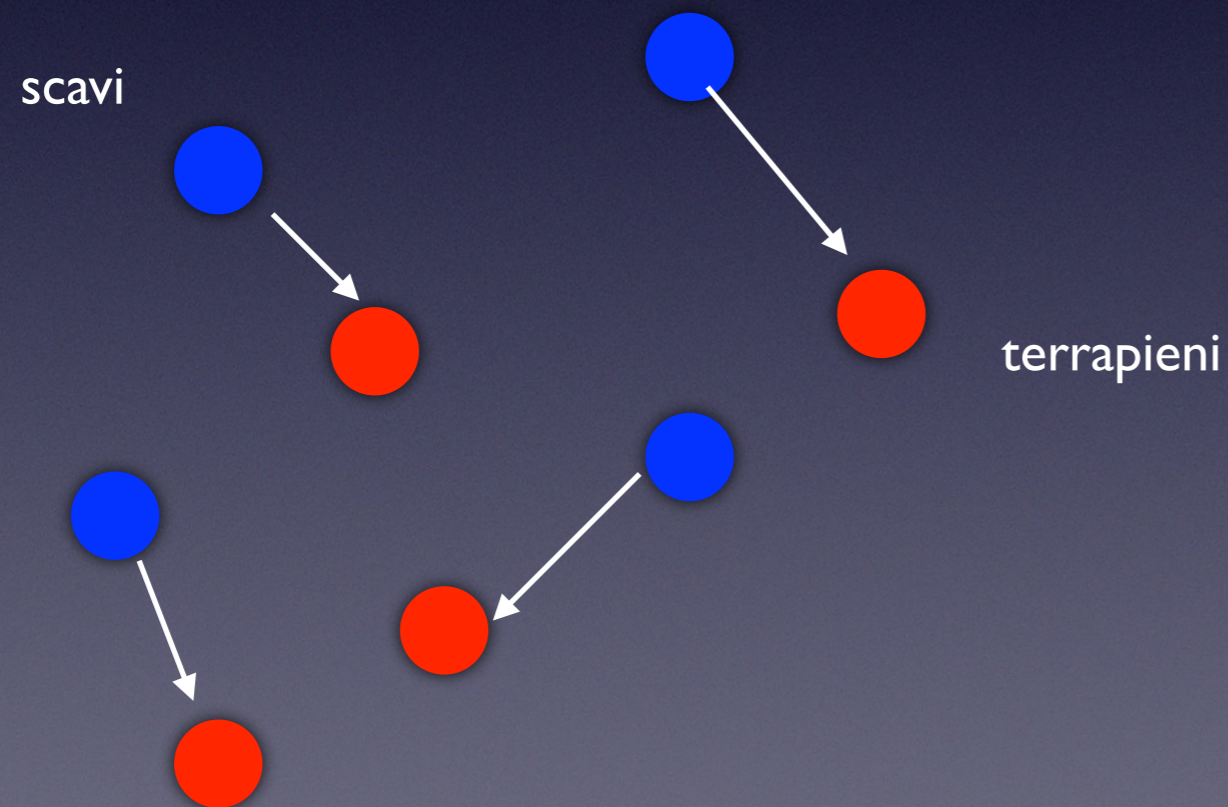
Gaspard Monge,  
fondatore dell'École Polytechnique





# Il problema del trasporto ottimo

- G. Monge,  
*Trattato sulla teoria degli scavi e terrapieni*  
(1784)



Gaspard Monge,  
fondatore dell'École Polytechnique

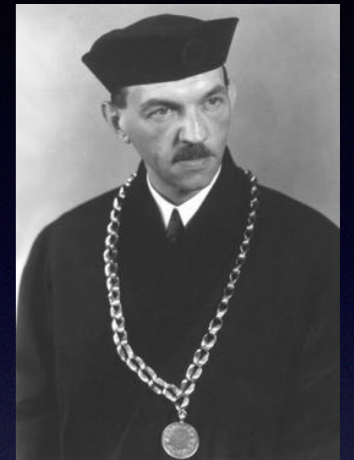


# Il problema dell'albero ricoprente minimo

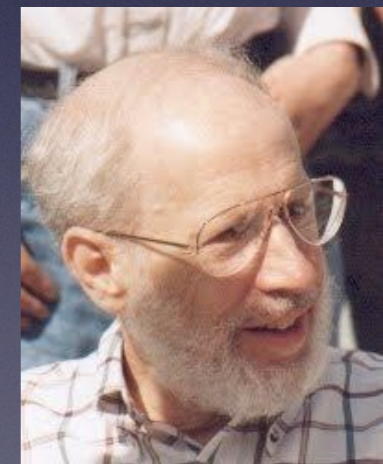
- O. Borůvka,  
*Contributo alla soluzione di un problema di costruzione economica di reti elettriche (1926)*



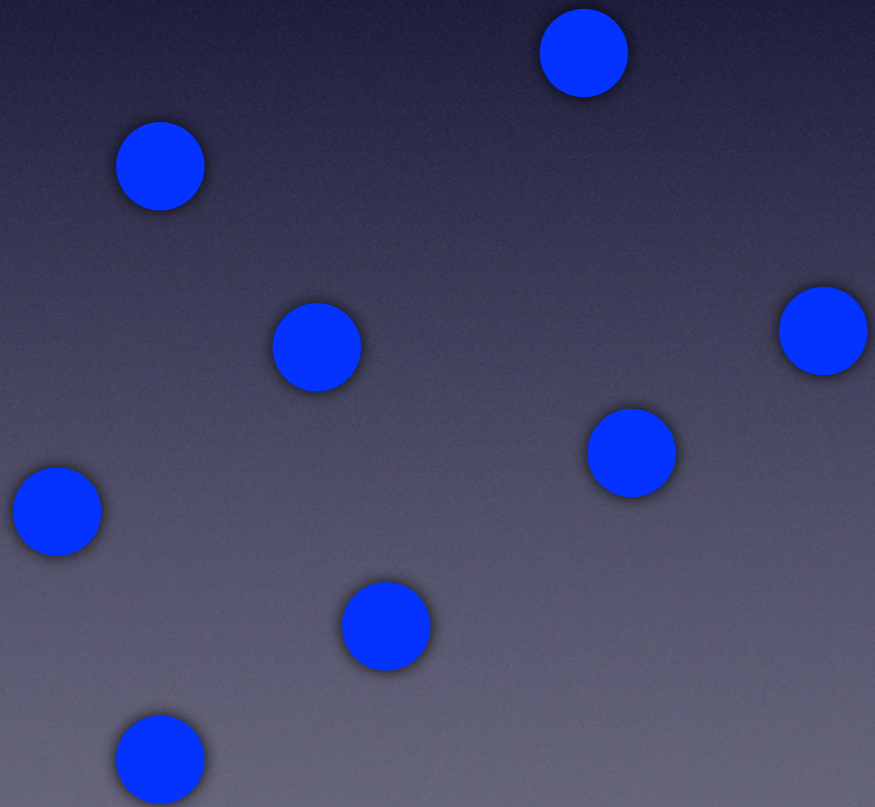
Otakar Boruvka



Vojtech Jarník



Joseph Kruskal

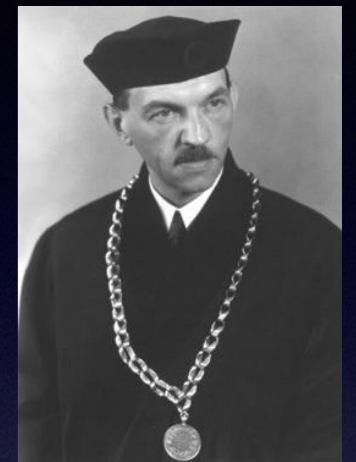


# Il problema dell'albero ricoprente minimo

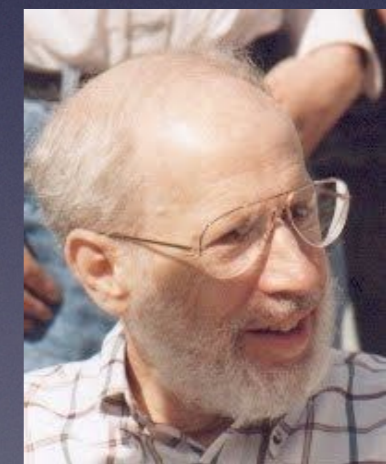
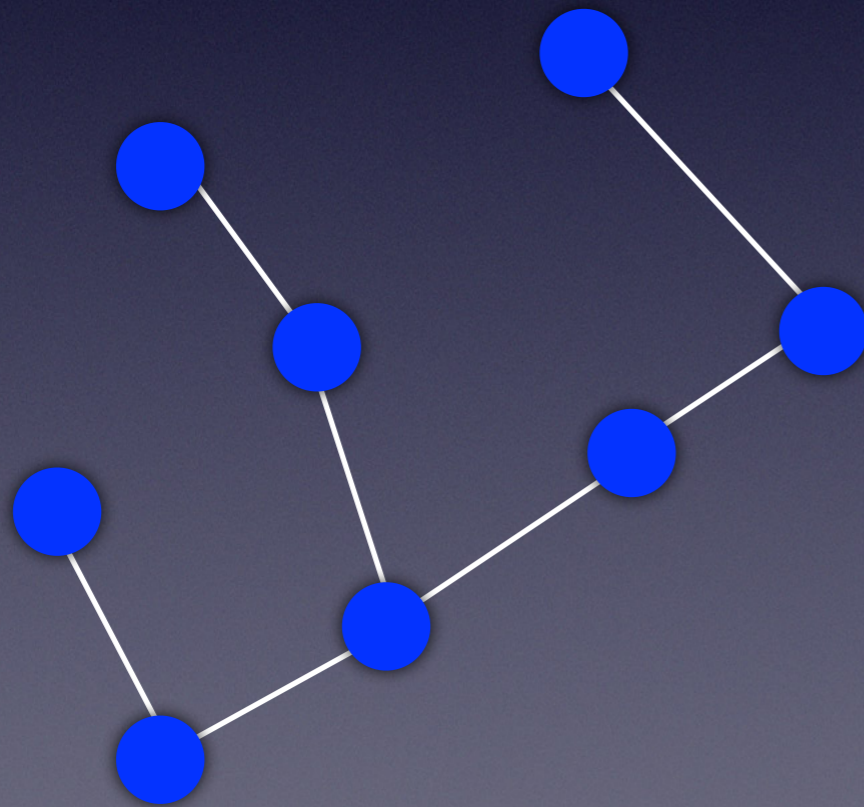
- O. Borůvka,  
*Contributo alla soluzione di un problema di costruzione economica di reti elettriche (1926)*



Otakar Boruvka



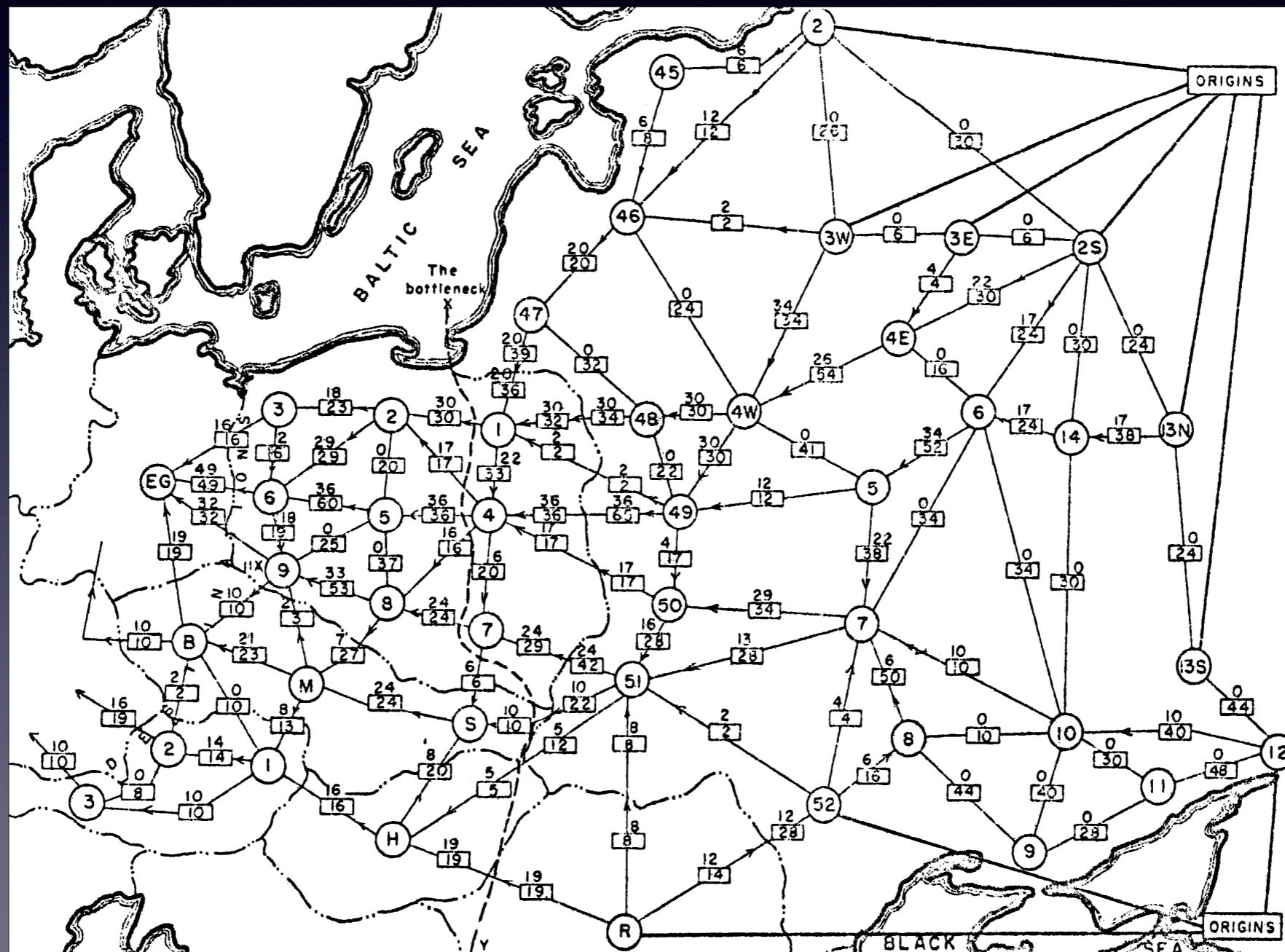
Vojtech Jarník



Joseph Kruskal

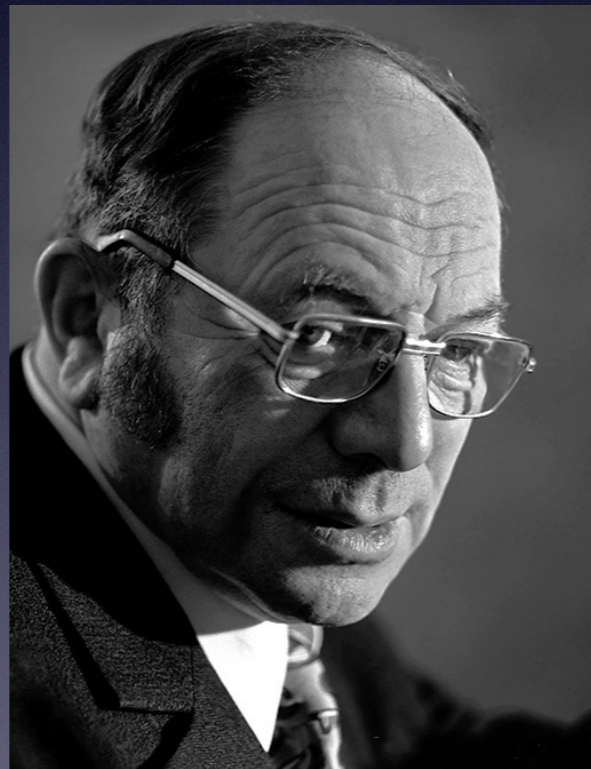
# Il problema del massimo flusso

- Unione Sovietica (anni '30)



# Studi sovietici...

- Leonid V. Kantorovich  
*Metodi matematici di organizzazione e pianificazione della produzione*, Università Statale di Leningrado (1939)

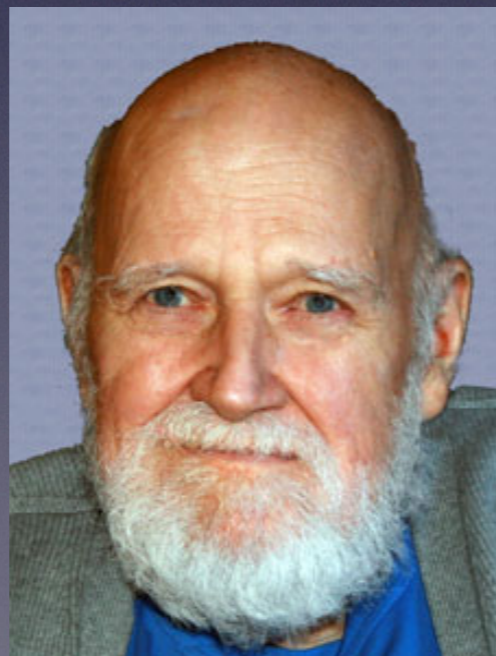


Leonid V. Kantorovich

- Premio Nobel per l'Economia (1975)

# ...e statunitensi

- L.R. Ford Jr., D.R. Fulkerson  
*Maximal flow through a network,*  
RAND Corporation (1954)
- T.E. Harris, Gen. F.S. Ross  
*Fundamentals of a method for evaluating network capacities,*  
US Air Force (1955) - rapporto secretato fino al 1999!



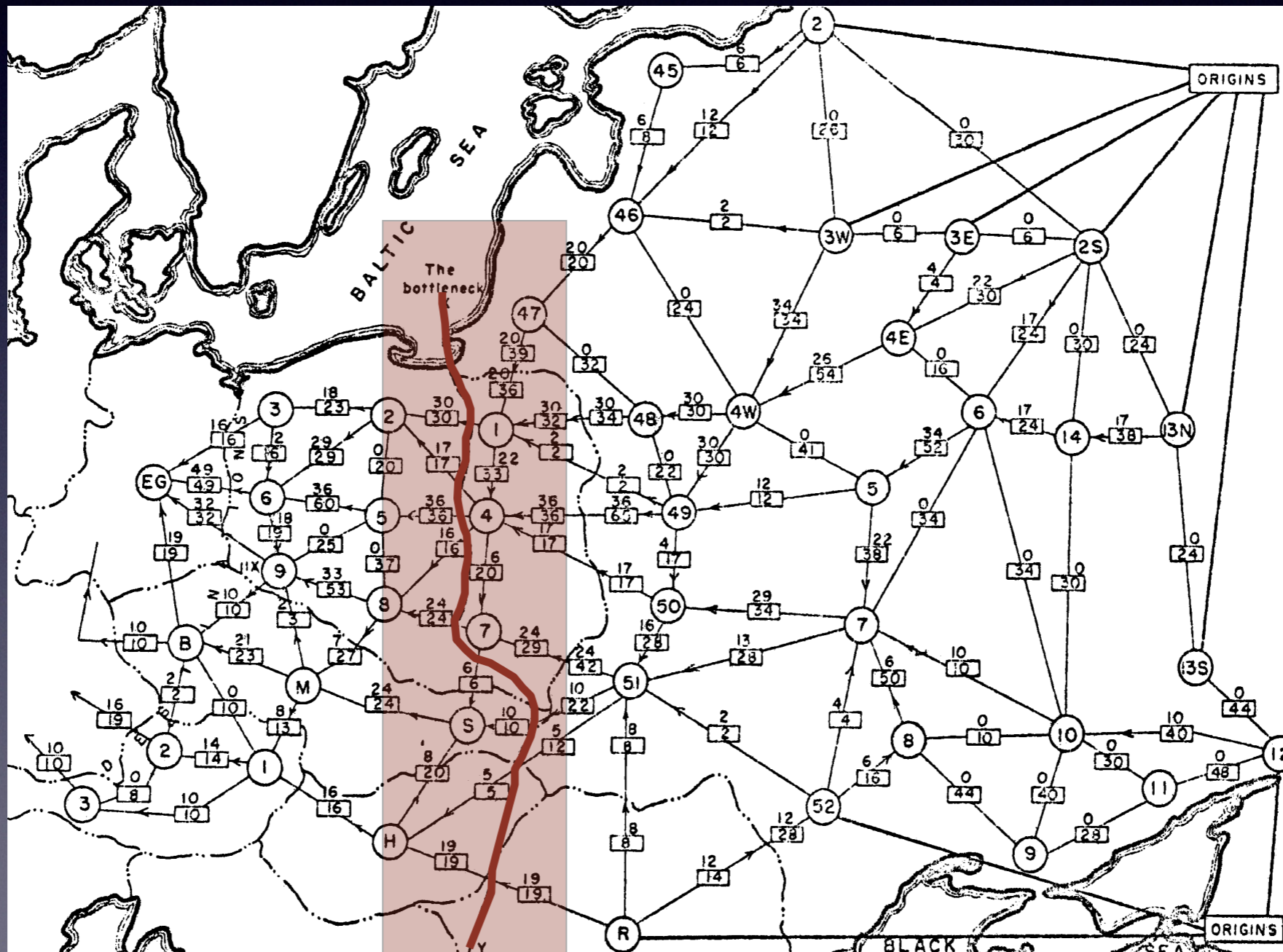
L.R. Ford Jr.



D.R. Fulkerson

**CLASSIFIED**

# Massimo flusso, minimo taglio



# Il problema del commesso viaggiatore

**HELP! WE'RE LOST!**



**HELP "CAR 54"... AND WIN CASH**  
54...\$1,000 PRIZES  
ONE...\$10,000 GRAND PRIZE



Map by Rand McNally

Help Toody and Muldoon find the shortest round trip route to visit all 33 locations shown on the map. All you do is draw connecting straight lines from location to location to show the shortest round trip route.

**HERE'S THE CORRECT START...**

Begin at Chicago, Illinois. From there, lines show correct route as far as Erie, Pennsylvania. Next, do you go to Carlisle, Pennsylvania or Wana, West Virginia? Check the easy instructions on back of this entry blank for details.



© PROCTER & GAMBLE 1962

OFFICIAL RULES ON REVERSE SIDE

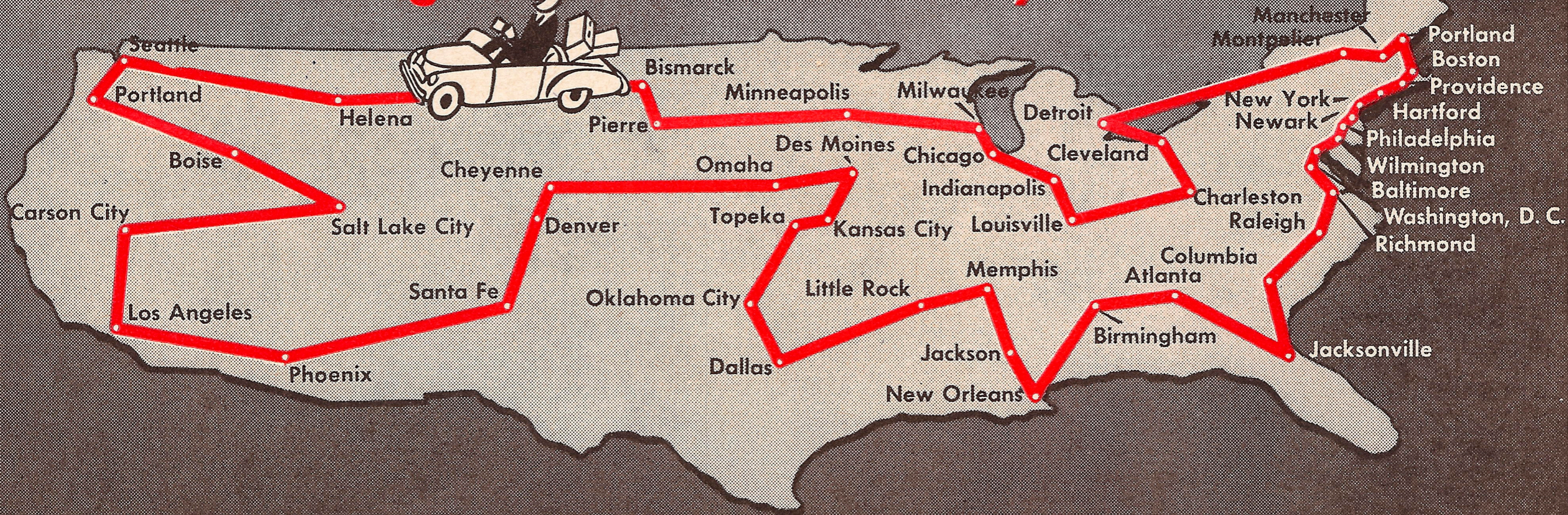
Concorso  
Procter & Gamble (1962):

Determinare il tour più  
breve tra 33 città USA



# Il problema del commesso viaggiatore

## Drummer's Delight: The Shortest Way Around



Newsweek, 26 Luglio 1954

- G.B. Dantzig, R. Fulkerson, S. Johnson  
*Solution of a large scale traveling salesman problem,*  
RAND Corporation (1954)

# Il problema dell'abbinamento stabile

1 2 3 4

L N M O

N L O M

L N O M

N L M O

Andrea



Bruno



Cesare



Daniele



Laura



Martina



Natalia



Olga



1 2 3 4

D C A B

B A C D

A B C D

A D B C

- D. Gale, L. Shapley  
*College admissions and the stability of marriage,*  
(1962)

# Il problema dell'abbinamento stabile

1 2 3 4

L N M O

N L O M

L N O M

N L M O

Andrea



Laura



Bruno



Martina



Cesare



Natalia



Daniele



Olga



1 2 3 4

D C A B

B A C D

A B C D

A D B C

- D. Gale, L. Shapley  
*College admissions and the stability of marriage,*  
(1962)

# Il problema dell'abbinamento stabile

1 2 3 4

L N M O

N L O M

L N O M

N L M O

Andrea



Laura



Bruno



Martina



Cesare



Natalia



Daniele



Olga



1 2 3 4

D C A B

B A C D

A B C D

A D B C

- D. Gale, L. Shapley  
*College admissions and the stability of marriage,*  
(1962)

# Cosa studia l'Ottimizzazione Combinatoria

Studio della selezione di un oggetto *ottimo* (secondo un qualche criterio prefissato) da un insieme finito di oggetti

La *ricerca esaustiva* della soluzione è possibile in linea di principio nell'OC, ma quasi sempre *impraticabile*

# Cosa studia l'Ottimizzazione Combinatoria

Una *istanza* di un problema di OC è data da:

- un insieme finito  $F$  di oggetti *ammissibili* (*soluzioni*)
- una funzione di costo  $c : F \rightarrow \mathbb{R}$

Scopo: determinare un elemento di  $F$  a costo minimo (*soluzione ottima*).

Un *problema* di OC è dato da una collezione di istanze

# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
- Trasporti
- Mercati

e moltissimi altri

- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali

# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
- Trasporti
- Mercati

e moltissimi altri



Ottimizzazione  
Combinatoria

- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali



# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
- Trasporti
- Mercati

e moltissimi altri



Ottimizzazione  
Combinatoria



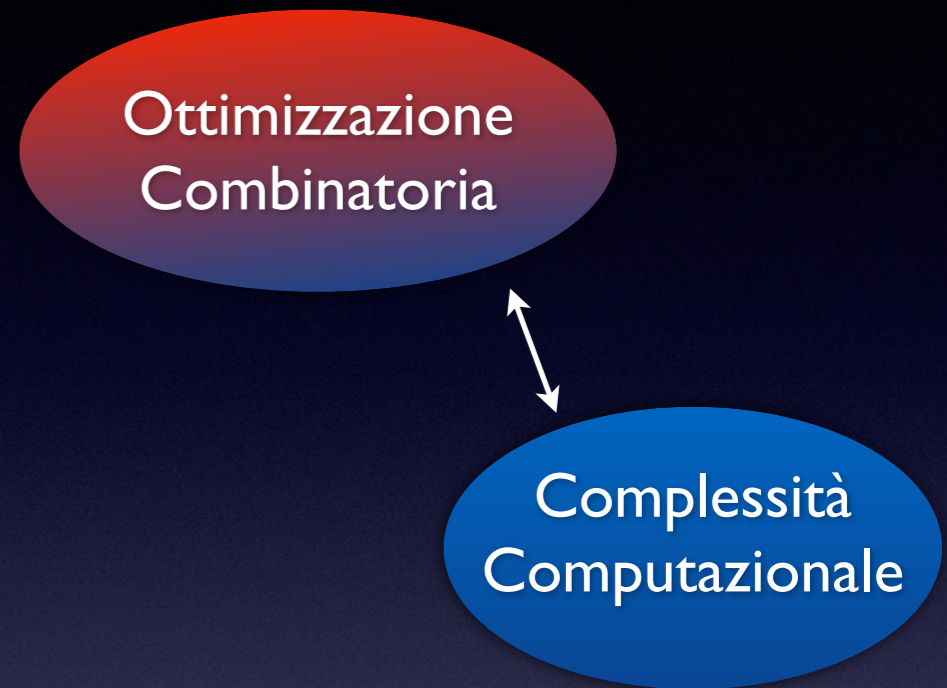
Complessità  
Computazionale

- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali

# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
- Trasporti
- Mercati

e moltissimi altri

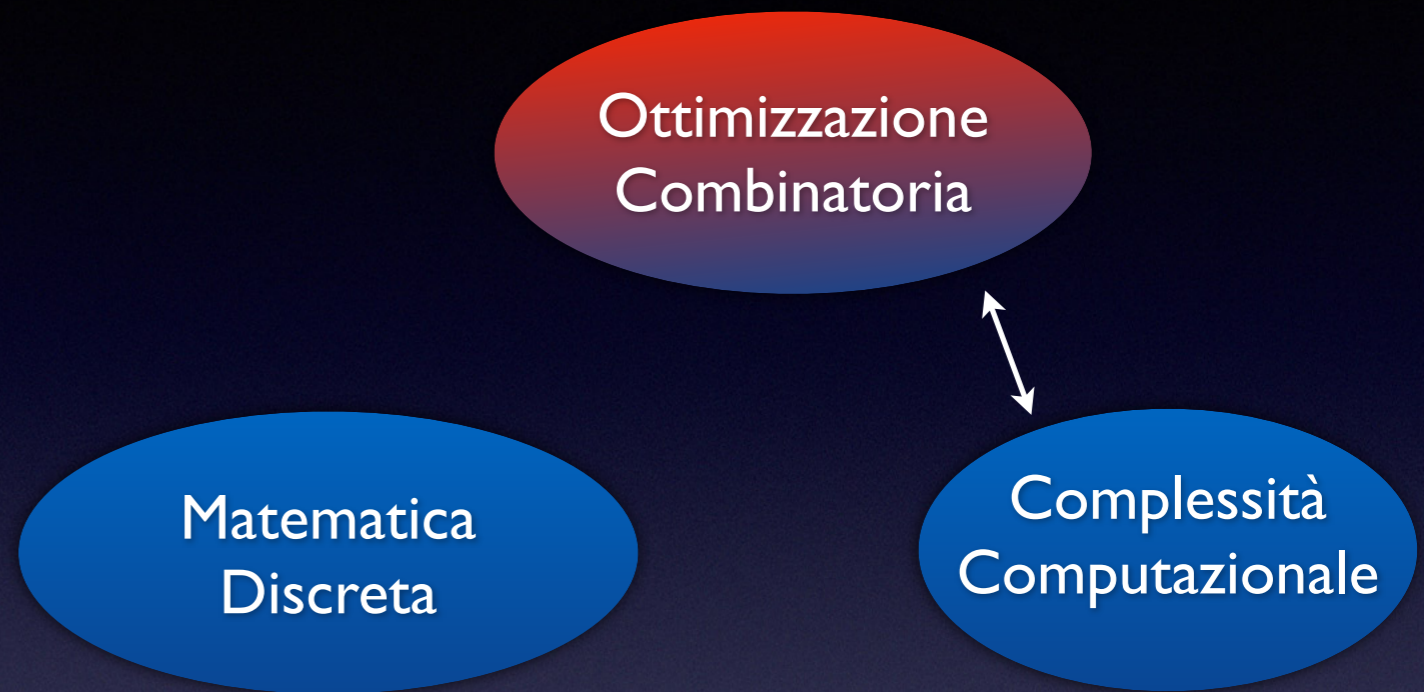


- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali

# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
- Trasporti
- Mercati

e moltissimi altri

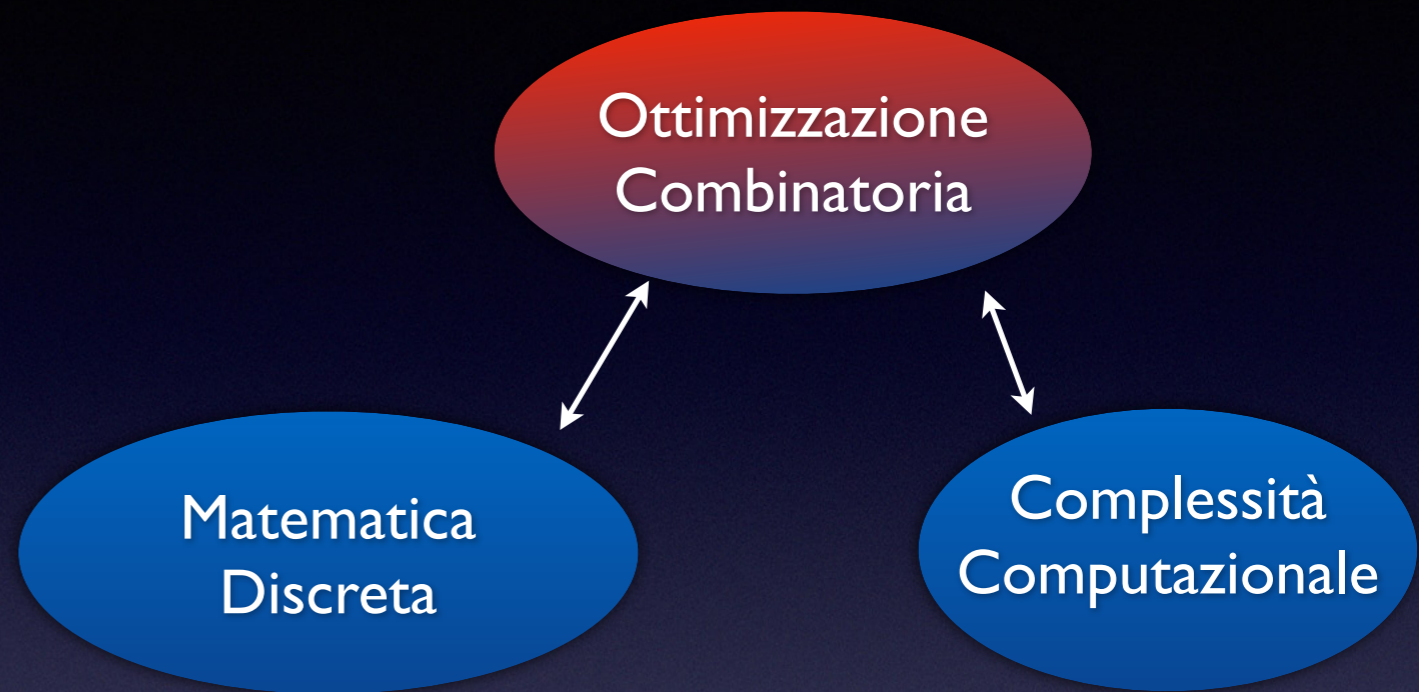


- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali

# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
- Trasporti
- Mercati

e moltissimi altri

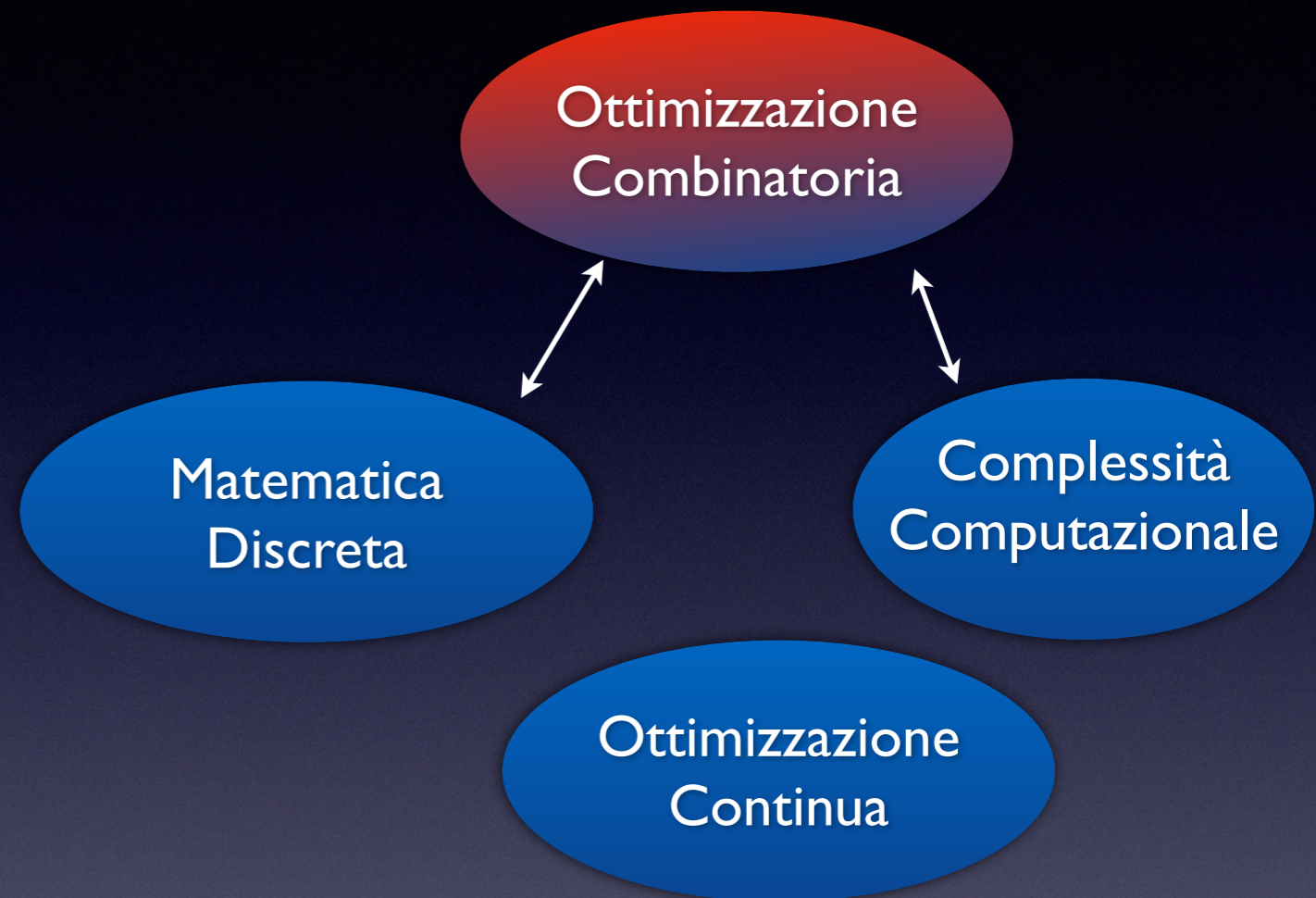


- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali

# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
- Trasporti
- Mercati

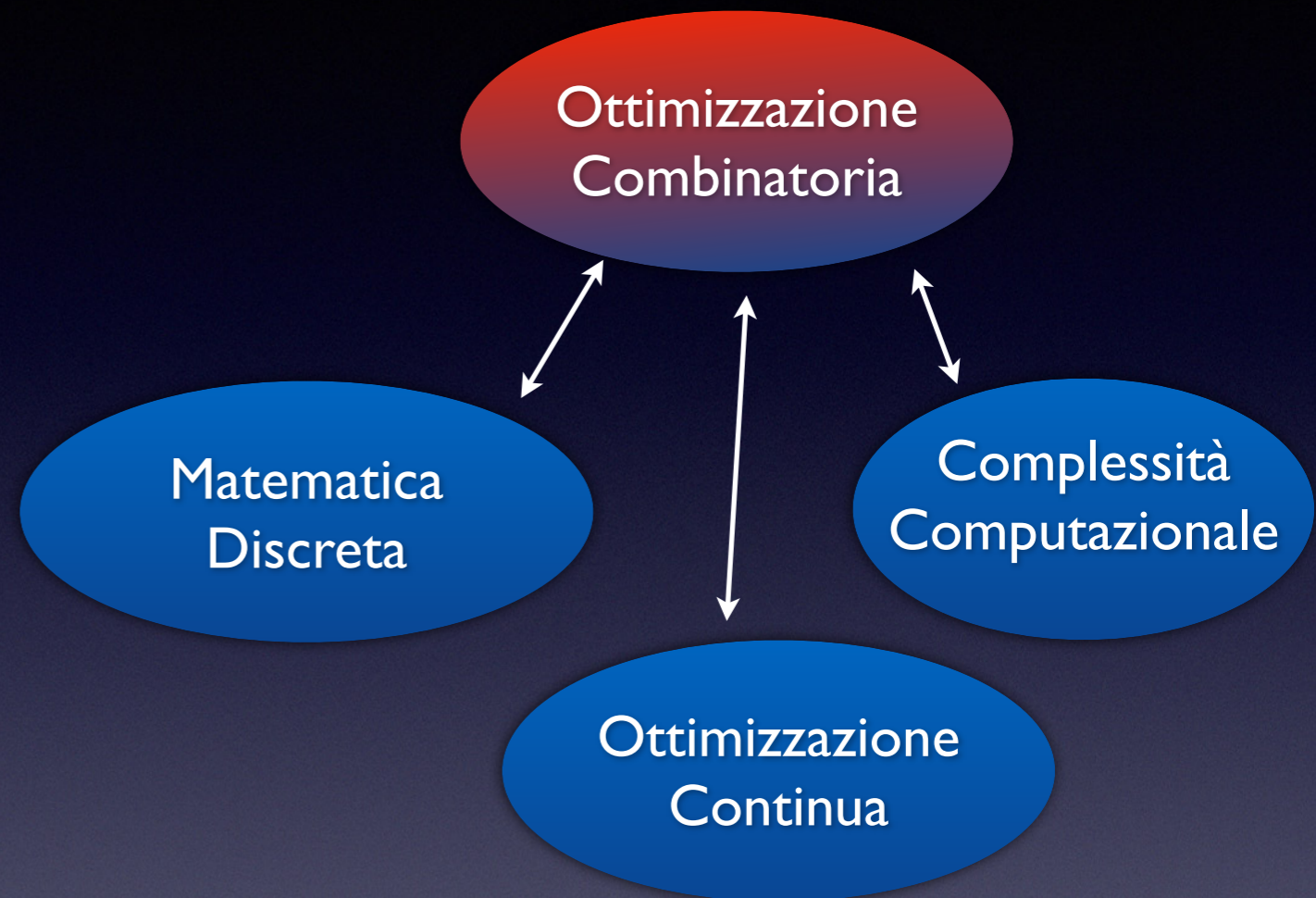
e moltissimi altri



- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali

# Ambiti rilevanti

- Infrastrutture
  - Trasporti
  - Mercati
- e moltissimi altri



- Una *lente* con cui mettere a fuoco concetti generali

# L'OC dopo gli alberi

- Formalizzazione del concetto di algoritmo efficiente
- Complessità computazionale di problemi di OC
- Sviluppo di paradigmi algoritmici generali
- Come riconoscere e affrontare i problemi "intrattabili"?

# Programma sintetico

1. Problemi di ottimizzazione combinatoria.
2. Fondamenti di analisi degli algoritmi.
3. Grafi.
4. Algoritmi avidi (*greedy*).
5. Divide et impera.
6. Programmazione dinamica.
7. Flussi di rete.
8. Intrattabilità computazionale.