Simboli : 0, 1, a, b, c, ...

Un Alfabeto è un insieme (finito) di simboli $\mathcal{X} = \{0, 1\}$

$\mathcal{X} = \{a, b, c, \dots, z\}$ $\mathcal{X} = \{0, 1, \dots, 127\}$

Una parola (o stringa) su un alfabeto $\mathcal{X}$ è una sequenza di simboli $\mathcal{X}$

Es. 010010 shannon 23, 44, 113

$\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_K\}$ Variabile aleatorie (v.a.)

Distribuzione di probabilità X, Y $X \in \mathcal{X}$

$P_X = \underline{\{p_X(x), x \in \mathcal{X}\}}$ $P_X(x)$ $P_X = (p_X(x_1), p_X(x_2), \dots, p_X(x_K)) \in \mathbb{R}^K$

dove $p_X(x) \geq 0$ e $\sum_{x \in \mathcal{X}} p_X(x) = \underline{1}$

0.06 0.02 ....

$P_Y = (p_Y(x_1), \dots, p_Y(x_K)) \in \mathbb{R}^K$

Sorgente $\rightsquigarrow X$

$X \in \mathcal{X}$

$Y \in \mathcal{Y}$

$\{P_{XY}(x,y), \; x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}\} = P_{XY}$

Distribuzione congiunta delle 2 v.a. X e Y

Es. $\mathcal{X} = \{0,1\}$ $\quad \mathcal{Y} = \{0,1\}$

X \ Y	0	1
0	(0,0) 1/4	(0,1) 1/12
1	(1,0) 1/2	(1,1) 1/6

$P_{XY}(0,0) = 1/4$

$P_{XY}(1,0) = 1/2$

$\underline{P_X(0)} = Pr(X=0) = 1/4 + 1/12 = 1/3$

$\underline{P_X(1)} = Pr(X=1) = 2/3$

$\underline{P_Y(0)} = 3/4$

$\underline{P_Y(1)} = 1/4$

Per una v.a. $X \in \mathbb{R}$, il valore atteso è

$$\mathbb{E}X = \sum_{i=1}^{k} x_i \, P_X(x_i) = \sum_{i=1}^{k} p_i \cdot x_i$$

$$P_X = (p_1, p_2, \dots, p_k)$$

- Divergenza informazionale
- Mutua informazione
- Entropia

$$p = (p_1, \dots, p_k) \in \mathbb{R}^k \qquad q = (q_1, \dots, q_k) \in \mathbb{R}^k$$

di norma la base del logaritmo è 2

$$D(p \| q) = \sum_{i=1}^{k} p_i \log \frac{p_i}{q_i}$$

La funzione $D: \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$

1. È continua nei suoi argomenti
2. $D(p\|q) \geq 0$ per ogni d.d.p. p e q
3. $D(p\|q) = 0$ se e solo se $p = q$

Disuguaglianza di Gibbs