Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE110

A.A. 2014-2015 - Docente: Prof. Angelo Felice Lopez
Tutori: Federico Campanini e Giulia Salustri

Tutorato 11
12 Maggio 2015

1. Esiste un applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ suriettiva tale che $ker(f) = \{(x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + 2y + z = 2z = 0\}$?

2. Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ definito da:
   $f(x, y, z) := (2x + 2y, x + z, x + 3y - 2z)$.
   (a) Dire se f é suriettivo. In caso negativo, determinare un vettore v tale che $f^{-1}(v) = \emptyset$.
   (b) Dire se f é iniettivo. In caso negativo, determinare due vettori a e b in $\mathbb{R}^3$ tali che $a \neq b$ ma $f(a) = f(b)$.
   (c) Sia $E =< u, w >$, dove $u = (1, 0, 1)$ e $w = (0, 1, 1)$. Dire se il vettore $x = (4, 3, -2) \in f(E)$.

3. Verificare che le seguenti applicazioni sono lineari e determinarne nucleo ed immagine:
   (a) $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $\quad (x, y, z) \mapsto (2z - x, x + y, x + 2y + 2z)$;
   (b) $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^4$, $\quad (x, y) \mapsto (x - 2y, 2x + y, 5y, 3x - y)$;
   (c) $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $\quad (x, y, z) \mapsto (x + y - z, x - y + z)$.

4. Si consideri la seguente matrice associata ad un endomorfismo f di $\mathbb{R}^3$ (rispetto alla base canonica):
   $$A := \begin{pmatrix} 1 & x & 2 \\ 2 & y & -3 \\ -1 & z & t \end{pmatrix} \qquad x, y, z, t \in \mathbb{R}.$$
   É possibile determinare univocamente A sapendo che f non é iniettiva e che $f(e_1 + e_2 + e_3) = 2(e_1 + e_2)$?

5. Sia f l'operatore di $\mathbb{R}^4$ la cui matrice, rispetto alla base canonica, é:
   $$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
   Calcolare $dim(Ker(f))$ e $dim(Im(f))$.