Eleonora Anna Romano

(Università di Varsavia)

Una caratterizzazione di Fano 4-folds tramite fibrazioni coniche

Sia X una varietà proiettiva, complessa, liscia e Fano di dimensione arbitraria n. Una *fibrazione conica* $f\colon X \to Y$ è una contrazione di tipo fibrato con fibre di dimensione uno. Denotiamo con $\mathcal{N}_1(X)$ lo spazio vettoriale reale degli 1-cicli a coefficienti in $\mathbb{R}$, modulo equivalenza numerica, la cui dimensione è il *numero di Picard* ρ_X.

Dato un divisore primo $D \subset X$, l'inclusione $i\colon D \hookrightarrow X$ induce il pushforward di 1-cicli $i_*\colon \mathcal{N}_1(D) \to \mathcal{N}_1(X)$. Consideriamo $\mathcal{N}_1(D,X) := i_*(\mathcal{N}_1(D)) \subseteq \mathcal{N}_1(X)$, quindi il sottospazio lineare di $\mathcal{N}_1(X)$ generato dalle classi di equivalenza numerica di curve contenute in D. Casagrande ha introdotto il seguente invariante, chiamato *Lefschetz defect*:

$$\delta_X := \max\{\operatorname{codim} \mathcal{N}_1(D,X) | D \subset X \text{ divisore primo}\}.$$

In questo seminario, osserveremo dapprima che data una fibrazione conica $f\colon X \to Y$ con $r := \rho_X - \rho_Y > 1$, sussiste un legame tra r e δ_X. Ad esempio, è possibile trovare dei lower-bounds per δ_X in termini di r.

Successivamente ci focalizzeremo sul caso in cui $n = 4$ e $\delta_X = 3$, presentando un risultato di caratterizzazione in termini di δ_X di Fano 4-folds che ammettono una fibrazione conica $f\colon X \to Y$ con $\rho_X - \rho_Y = 3$. Come conseguenza, osserveremo che tali varietà sono razionali.