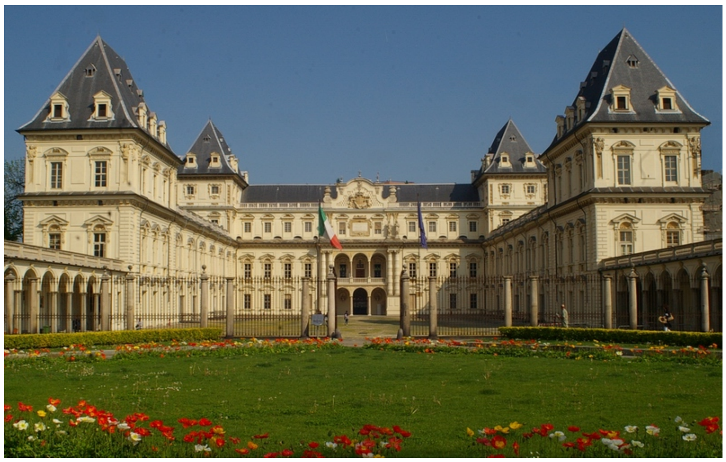
Giornate di Geometria Algebrica
e
Argomenti Correlati

Castello del Valentino, 4–7 Giugno 2014, Torino



Abstracts

Istituto Superiore Mario Boella

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Scienze Matematiche *G.L. Lagrange*

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO

INdAM
GNSAGA - Gruppo Nazionale per le Strutture Algebriche, Geometriche e le loro Applicazioni

Con il patrocinio di

Città di Torino

Regione Piemonte

Componenti di spazi di moduli di curve spin aventi dimensione attesa

Luca Benzo

Università di Trento

Siano r, g interi positivi e sia $\mathcal{S}_g^r$ il luogo delle curve con una theta-caratteristica L tale che $h^0(L) \geq r+1$ e $h^0(L) \equiv r+1 (\mathrm{mod}\ 2)$. Harris ([H]) ha dimostrato che ogni componente irriducibile di $\mathcal{S}_g^r$ ha dimensione $\geq 3g-3-\binom{r+1}{2}$ (se vale l'uguaglianza, si dice che la componente ha *dimensione attesa*). Farkas ([F]) ha recentemente dimostrato che se $\mathcal{S}_g^r$ possiede una componente di dimensione attesa, allora per ogni $h \geq g$ anche $\mathcal{S}_h^r$ possiede una componente di dimensione attesa. Nel seminario verrà discussa la costruzione di siffatte componenti per opportuni r, g.

Bibliografia

[F] G. Farkas, *Gaussian maps, Gieseker-Petri loci and large theta-characteristics*, J. reine angew. Math. 581 (2005), 151–173.

[H] J. Harris, *Theta-characteristics on algebraic curves*, Trans. Amer. Math. Soc. 271 (1982), 611–638.

Basi involutive ”term-ordering free”.

Michela Ceria

Università degli Studi di Torino

In collaborazione con

Teo Mora (Università degli Studi di Genova) e Margherita Roggero (Università degli Studi di Torino).

Dato un ideale monomiale J di $P := A[x_1, ..., x_n]$, con A anello commutativo, caratterizzeremo la famiglia $\mathcal{M}f(J)$ degli ideali omogenei $I \triangleleft P$ tali che l'A-modulo P/I sia libero, con base data dai termini del Groebner escalier $\mathsf{N}(J)$ di J. Una famiglia siffatta è in genere più ampia rispetto a quella degli ideali il cui ideale iniziale rispetto a qualche term order sia J, pertanto risulta più appropriata allo scopo di studiare gli schemi di Hilbert con un approccio computazionale.
Per caratterizzare la famiglia, utilizzeremo ed estenderemo i concetti di *variabili moltiplicative*, *insiemi completi* e *basi involutive*, introdotti da Janet e generalizzeremo la costruzione delle basi J-marcate e la procedura di riduzione priva di term-ordering, già ampiamente studiata nel caso in cui J sia un ideale strongly stable.
Per ogni ideale monomiale J introdurremo un insieme particolare di generatori $\mathcal{F}(J)$, detto *stabilmente completo*, che permette una descrizione esplicita di $\mathcal{M}f(J)$. Se J è quasi stabile allora i risultati ottenuti sono più forti. L'insieme $\mathcal{F}(J)$ è una base di Pommaret e $\mathcal{M}f(J)$ ha una struttura naturale di schema affine.

Compattificazioni di Satake, Forme Quadratiche e Problema di Schottky

G. Codogni

Università Roma Tre

Il problema di Schottky è quello di caratterizzare le Jacobiane tra le varietà abeliane principalmente polarizzate. Un approccio classico è cercare delle forme modulari che si annullano sul luogo Jacobiano. Le forme modulari sono sezioni di fibrati ampi, quindi possono essere anche utilizzate per compattificare gli spazi di moduli. Queste compattificazioni sono dette “di Satake”, o di “Baily-Borel”.

Data un'opportuna forma quadratica, è possibile costruire una forma modulare stabile detta serie teta associata alla forma quadratica. Una forma modulare stabile è un limite inverso di fomre modulari. Il limite è sul genere, la restrizione dalle forme modulari in genre $g + 1$ a quelle di genere g è data dall'operatore di Siegel.

Il primo risutlato è stato ottenuto insieme a Shepherd-Barron. Dando una descrizone precisa delle singolarità delle compattificazione di Satake dello spazio dei moduli delle curve, siamo in grado dimostrare che le forme modulari stabili non si annullano sullo spazio dei moduli delle curve se il genere è abbastanza grande.

In un secondo lavoro, grazie ad un'analisi delle singolarità della compattificazione di Satake del luogo iperellittico, ho trovato esempi espliciti di differnze di serie teta che si annullano sul luogo iperellittico in ogni genere.

Questo risultati possono essere descritti atraverso alcuni limiti diretti di spazi di moduli dotati di una struttura di monoide commutativo. Le dimostrazioni si basano su una formula variazionale per la matrice dei periodi di un'opportuna degenerazione.

MIRROR SYMMETRY E SUPERFICIE ORBIFOLD DEL PEZZO

Alessio Corti
(Imperial College, London)

Verranno enunciate alcune congetture sulla mirror symmetry delle superficie orbifold del Pezzo e verranno riassunte le prove a sostegno sinora ottenute.

Sul bordo del cono dei divisori effettivi

Gabriele Di Cerbo
Columbia University

Il teorema del cono di Mori descrive una parte del cono delle curve effettive tramite la dualità con il cono dei divisori nef. Una delle idee principali è capire la posizione del divisore canonico al di fuori di questo cono, cosa che può essere fatta tracciando rette che congiungono il divisore canonico a un punto razionale all'interno del cono.

Lo scopo di questo seminario è quello di spiegare se un approccio simile può essere applicato al cono dei divisori effettivi. Alcuni dei risultati di Mori possono essere estesi in questo contesto ma altri invece falliscono. Nonostante questo, le similitudini e le differenze del cono dei divisori effettivi con quello dei divisori nef hanno importanti applicazioni nel programma del modello minimale.

SULLE SUPERFICI IPERBOLICHE COMPLESSE DI VOLUME MINIMO

Luca Fabrizio Di Cerbo
(Duke University)

Nella prima parte del seminario, discuterò il problema della classificazione delle superfici di tipo generale con $3c_2 = c_1^2, c_2 = 3$ e le sue connessioni con la geometria iperbolica complessa.

Infine, studierò l'analogo non compatto (o logaritmico) di tale problema. In particolare, presenterò la classificazione delle superfici logaritmiche di tipo generale con caratteristica di Eulero 1 che saturano la disuguaglianza di Bogomolov-Miyaoka-Yau logaritmica.

LA PROPRIETÀ DI BETTI WEAK LEFSCHETZ

Giuseppe Favacchio

(Università degli Studi di Catania)

Studiamo la funzione di Hilbert ed i numeri di Betti graduati dei quozienti lineari “generici” di algebre Artiniane standard, in particolare nel caso delle algebre di Weak Lefschetz. Inoltre, indaghiamo una particolare proprietà delle algebre di Weak Lefschetz: la proprietà di Betti Weak Lefschetz. Tale proprietà rende possibile determinare i numeri di Betti graduati del quoziente lineare di tali algebre.

Coppie ammissibili e quozienti di threefold di Calabi-Yau

Filippo F. Favale

(CIRM - Fondazione Bruno Kessler)

La famiglia dei threefold di Calabi-Yau ha la particolarità di essere chiusa per quozienti finiti e liberi e le varietà costruite con questo procedimento hanno spesso proprietà interessanti. Dato un fourfold X, un modo per costruire simili quozienti è quello di considerare, se esiste, una coppia ammissibile in X, cioè una coppia (Y, G) dove G è un gruppo finito di automorfismi di X e Y è un divisore liscio anticanonico $G-$invariante su cui l'azione di G è libera. Nel corso del seminario parlerò di coppie ammissibili nel prodotto di due superfici di del Pezzo e di alcune varietà di Calabi-Yau che si possono costruire come quozienti associati a coppie ammissibili. Analizzerò in particolare il caso di $(\mathbb{P}^1)^4$, caso in cui classificherò le possibili coppie ammissibili e mostrerò come, per alcuni dei quozienti associati, si possa costruire una Hodge-theoretic mirror che è quoziente associato a una coppia ammissibile in un altro Fano fourfold.

GIT per curve polarizzate

Fabio Felici

(Università degli studi Roma Tre)

Fissato un intero $g > 1$, andremo a studiare, al variare di $d > 2(2g-2)$, i quozienti GIT degli schemi di Hilbert e di Chow delle curve di genere g e grado d nello spazio proiettivo di dimensione $d-g$.

Come applicazione, oltre a ritrovare la compattificazione della jacobiana universale di Lucia Caporaso sopra lo spazio dei moduli delle curve stabili, otterremo due nuove compattificazioni della stessa rispettivamente sopra lo spazio dei moduli delle curve debolmente pseudo-stabili e sopra quello delle curve pseudo-stabili.

E' un lavoro in collaborazione con Gilberto Bini, Margarida Melo e Filippo Viviani.

Invarianti di Block–Göttsche e wall-crossing

Sara Angela Filippini

(Universität Zürich)

Il gruppo del vertice tropicale (introdotto da Kontsevich e altri) è generato da una classe di simpletto-morfismi formali di $\mathbb{C}^* \times \mathbb{C}^*$. Esso gioca un ruolo importante in alcuni problemi di geometria algebrica e fisica matematica. Sulla base del gruppo del vertice tropicale Gross, Pandharipande e Siebert hanno introdotto un'interessante teoria di Gromov–Witten su piani proiettivi pesati che ammette un'espansione molto particolare in termini di conteggi tropicali.
Descriverò un raffinamento (o "q-deformazione") di questa espansione, motivato da argomenti di wall-crossing, utilizzando gli invarianti di Block–Göttsche. Questo porta in modo naturale alla definizione di una classe di conteggi di curve q-deformati. Dimostriamo che essa coincide con un'altra q-deformazione naturale, fornita da un risultato di Reineke e Weist nell'ambito delle rappresentazioni di quiver, quando quest'ultimo è ben definito.
Lavoro in collaborazione con Jacopo Stoppa.

Operatori di chiusura su spazi di Zariski-Riemann di anelli di valutazione e applicazioni.

Carmelo Antonio Finocchiaro

Università degli Studi Roma Tre

Abstract

Siano K un campo e A un arbitrario sottoanello di K. Denotiamo con $\mathrm{Zar}(K|A)$ lo *spazio di Zariski-Riemann di K su A*, i.e., l'insieme dei domini di valutazione di K contenenti A, munito della topologia di Zariski. Come è ben noto, $\mathrm{Zar}(K|A)$ ha le seguenti proprietà:

- è uno spazio compatto,
- ha una base di aperti compatti chiusa per intersezioni finite,
- e ogni chiuso irriducibile di $\mathrm{Zar}(K|A)$ ha un unico punto generico.

Per un risultato di M. Hochster [1], tali condizioni caratterizzano i cosiddetti *spazi spettrali*, i.e., gli spazi topologici omeomorfi allo spettro primo di qualche anello (commutativo con unità). Presenteremo un approccio astratto agli anelli di funzioni di Kronecker per descrivere $\mathrm{Zar}(K|A)$ come spazio spettrale, esibendo esplicitamente un anello B tale che $\mathrm{Spec}(B)$ è omeomorfo a $\mathrm{Zar}(K|A)$. Descriveremo l'uso della topologia costruibile e della topologia inversa nello studio di alcune classi di anelli integralmente chiusi e nella classificazione di alcune famiglie di operazioni semistar.

Riferimenti bibliografici

[1] M. Hochster, Prime ideal structure in commutative rings, Trans. Amer. Math. Soc. **142** (1969), 43–60.

INVARIANZA DEI PLURIGENERI PER FOLIAZIONI SU SUPERFICI

ENRICA FLORIS
IMPERIAL COLLEGE LONDON

Sia X una superficie algebrica complessa liscia. Una foliazione in curve su X, che indicheremo con $(X, \mathcal{F})$ o $\mathcal{F}$, è il dato di un sottofibrato $T_{\mathcal{F}}$ di rango 1 del fibrato tangente di X tale che il quoziente sia localmente libero di rango uno al di fuori di un sottoinsieme finito $\mathcal{I} \subseteq X$

$$0 \to T_{\mathcal{F}} \to T_X \to I_Z N_{\mathcal{F}} \to 0.$$

I punti di $\mathcal{I} = \mathrm{Supp} Z$ sono i *punti singolari* di $\mathcal{F}$ e il fibrato $K_{\mathcal{F}} = T^*_{\mathcal{F}}$ è detto *fibrato canonico* della foliazione $\mathcal{F}$. Negli ultimi anni è stato molto utile allo studio delle foliazioni l'uso di metodi birazionali, che mettono in relazione le proprietà geometriche della foliazione con le proprietà del fibrato $K_{\mathcal{F}}$.
Due foliazioni $(X, \mathcal{F})$ e $(X', \mathcal{F}')$ sono *birazionalmente equivalenti* se esiste un'applicazione birazionale $\varphi \colon X \dashrightarrow X'$ tale che $T_{\mathcal{F}'} = \varphi^* T_{\mathcal{F}}$ sull'aperto dove φ è un isomorfismo e tale che φ (risp. φ^{-1}) contrae solo curve $\mathcal{F}$-invarianti (risp. $\mathcal{F}'$-invarianti) dove una curva C è detta *$\mathcal{F}$-invariante* se

$$T_C = T_{\mathcal{F}}|_C$$

come sottofibrati di $T_X|_C$.
Uno degli invarianti più importanti che descrivono le proprietà di un fibrato in rette L è la dimensione di Kodaira, che misura la crescita delle sezioni di L. Essa è definita come

$$\kappa(L) = \limsup_{m \to \infty} \frac{\log(h^0(X, mL))}{\log m}.$$

La dimensione di Kodaira di un fibrato L su una superficie può assumere i valori $\{-\infty, 0, 1, 2\}$. La dimensione di Kodaira di una foliazione $\kappa(\mathcal{F}) = \kappa(K_{\mathcal{F}})$ è un invariante birazionale: se $(X, \mathcal{F})$ e $(X', \mathcal{F}')$ sono birazionalmente equivalenti, allora $\kappa(\mathcal{F}) = \kappa(\mathcal{F}')$.

Nei loro fondamentali lavori, Brunella e McQuillan forniscono una classificazione delle foliazioni du superfici sul modello della classificazione di Enriques-Kodaira: le foliazioni con dimensione di Kodaira $\kappa(\mathcal{F}) \in \{-\infty, 0, 1\}$ sono classificate a meno di equivalenza birazionale. Il passo successivo alla classificazione delle varietà è l'analisi di come queste si comportano in famiglia. Brunella dimostra che, per una famiglia di foliazioni in curve su superfici $(X_t, \mathcal{F}_t)_{t \in \Delta}$, con qualche ipotesi tecnica sulle singolarità di $\mathcal{F}_t$, la dimensione di Kodaira $\kappa(\mathcal{F}_t)$ non dipende da t. Per analogia con il teorema di Invarianza dei plurigeneri di Siu, è naturale domandarsi se $\dim H^0(X_t, mK_{\mathcal{F}_t})$ dipenda da t. In questo seminario discuteremo in che misura un teorema di invarianza dei plurigeneri è vero e sotto quali ipotesi sulla famiglia di foliazioni $(X_t, \mathcal{F}_t)_{t \in \Delta}$.

Equivalenze derivate di varietà irregolari e luoghi di non annullamento

Luigi Lombardi
Universität Bonn

Presenterò alcuni risultati ottenuti in collaborazione con Mihnea Popa sulle equivalenze di categorie derivate dei fasci coerenti su varietà irregolari, ossia aventi primo numero di Betti non nullo. Un importante risultato nello studio di questo tipo di equivalenze è il lavoro di Popa e Schnell riguardante l'invarianza dell'irregolarità, ovvero del numero di 1-forme olomorfe linearmente indipendenti, lasciando aperto il problema dell'invarianza degli altri numeri di Hodge. Nel corso del seminario stabilirò una relazione tra la sopracitata invarianza di numeri di Hodge e l'invarianza dei luoghi di non annullamento associati al fibrato canonico di una varietà. Ricordo che tali luoghi sono canonicamente immersi nella varietà di Picard e svolgono un ruolo fondamentale nella teoria dell'annullamento generico di Green e Lazarsfeld. In particolare dimostrerò che un dato numero di Hodge è invariante sotto equivalenze di categorie derivate se e solamente se il corrispondente luogo di non annullamento è invariante.

Questo risultato ci permette di verificare una congettura di Popa sull'invarianza dei luoghi di non annullamento in dimensione al più tre, e in più ci fornisce utili strumenti nello studio del comportamento di particolari tipi di fibrazioni sotto equivalenze di categorie derivate. Tempo permettendo parlerò di un esempio di questo fenomeno mostrando che la proprietà di una varietà di essere fibrata sopra una curva liscia di genere almeno due è invariante sotto equivalenze di categorie derivate.

References

[1] M. Green, R. Lazarsfeld, *Deformation theory, generic vanishing theorems, and some conjectures of Enriques, Catanese and Beauville*, Invent. Math. **90** (1987), 389-407.

[2] M. Green, R. Lazarsfeld, *Higher obstructions to deforming cohomology groups of line bundles*, J. Amer. Math. Soc. **1** (1991), no. 4, 87–103.

[3] L. Lombardi, *Derived invariants of irregular varieties and Hochschild homology*, arXiv:1204.1332 (2012)

[4] L. Lombardi, M. Popa, *Derived equivalence and non-vanishing loci II*, arXiv:1302.2259 (2013)

[5] M. Popa, *Derived equivalence and non-vanishing loci*, Clay Mathematical Proceedings, **18** (2013), volume in honor of Joe Harris, 567-575

[6] M. Popa, *Equivalences of derived categories of smooth stacks and orbifold Hodge numbers*, arXiv:1306.2075 (2013)

[7] M. Popa, C. Schnell, *Derived invariance of the number of holomorphic* 1*-forms and vector fields*, Ann. Sci. ENS **44** (2011), no. 3, 527–536.

DIRECT IMAGES OF PLURICANONICAL BUNDLES

MIHNEA POPA

I will explain that well-known vanishing and generation results for direct images of dualizing sheaves have effective analogues for direct images of pluricanonical bundles. The generation properties are expressed as Fujita-conjecture type statements. These in turn govern a number of fundamental properties of pluricanonical bundles, like weak positivity, additivity of Iitaka dimension, or generic vanishing. This is joint work with Christian Schnell.

La Geometria algebrica a Torino fra Ottocento e Novecento

Erika Luciano – Clara Silvia Roero
erika.luciano@unito.it – clarasilvia.roero@unito.it
Dipartimento di Matematica 'G. Peano', Università di Torino

Giunto a Torino da Napoli, nel 1872, per ricoprire la cattedra di Algebra complementare e geometria analitica, Enrico D'Ovidio promuove le ricerche di geometria iperspaziale nell'indirizzo sintetico avviato da Luigi Cremona e, grazie alle sue attività scientifiche e istituzionali, pone le basi per la formazione della Scuola italiana di Geometria algebrica, che troverà nel suo allievo Corrado Segre il principale fondatore e Maestro.

'Artefice del Risorgimento geometrico in Italia' - come ebbe a definirlo J. Coolidge - Segre sa creare attorno a sé un clima favorevole alle ricerche, coinvolgendo nei suoi studi di geometria degli iperspazi, sulla curva algebrica e proiettivo-differenziale i giovani che discutono sotto la sua guida la tesi di laurea (G. Fano, B. Levi, F. Severi, A. Terracini, …), e anche alcuni brillanti laureati, provenienti da altre sedi, che si recano a Torino per seguire le sue lezioni e perfezionarsi (M. Pieri, G. Castelnuovo, F. Enriques, …).

La Scuola torinese di geometria algebrica raggiunge in pochi anni una posizione di comando (*führende Stellung*, 1923) nel panorama della matematica internazionale, grazie alle doti di caposcuola di Segre e alla sua capacità di intrecciare fecondi rapporti con illustri colleghi esteri non solo sul versante della ricerca, ma anche su quello dell'organizzazione e della gestione della vita culturale e accademica, e sulla visione dell'insegnamento e dei problemi pedagogici.

In questo intervento si illustreranno in particolare le relazioni internazionali, alla luce dei carteggi che Corrado Segre e i suoi collaboratori intrattennero con Felix Klein e David Hilbert. Lo scopo è quello di far emergere le linee guida dei progetti di ricerca sviluppati a Torino dall'*equipe* a cavallo fra Ottocento e Novecento, i meccanismi di circolazione dei più recenti indirizzi scientifici fra l'Italia e l'estero e sottolineare infine alcuni risvolti poco noti legati alla biografia scientifica di Segre e alle sue attività istituzionali ed editoriali.

Bibliografia essenziale

BRIGAGLIA A. 2001, *The creation and persistence of national schools: the case of Italian algebraic geometry*, in U. Bottazzini, A. Dahan Dalmedico (a cura di), *Changing images of Mathematics. From the French Revolution to the New Millennium*, London, Routledge, pp. 187-206.

GIACARDI L. 2001, *Corrado Segre maestro a Torino. La nascita della scuola italiana di geometria algebrica*, Annali di storia delle università italiane, 5, pp. 139-163.

LUCIANO E., ROERO C.S. 2010, *Gino Fano* e *Mario Pieri* in C.S. ROERO (a cura di), *Peano e la sua Scuola fra matematica, logica e interlingua. Atti del Congresso internazionale di Studi* (Torino 6-7 ott. 2008), Centro di Studi per la Storia dell'Università di Torino, Studi e Fonti XVI, Torino, Dep. Sub. Storia Patria, pp. 6-16, 77-92, visibili anche sul sito www.peano2008.unito.it

LUCIANO E., ROERO C.S. 2012, *From Turin to Göttingen. Dialogues and Correspondence (1879-1923)*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, XXXII, 1, pp. 1-232.

ROWE D. 2004, *Making Mathematics in an Oral Culture: Göttingen in the Era of Klein and Hilbert*, Science in Context, 17, pp. 85-129.

Singolarità di spazi di moduli di fasci su K3 e varietà di Nakajima di tipo quiver

Giulia Saccà

Stony Brook University

Abstract: Grazie al lavoro di Mukai [Muk84], è noto che il luogo che parametrizza fasci stabili, all'interno di un dato spazio di moduli di fasci su una superficie K3, è liscio ed ammette una struttura simplettica, e che le singolarità hanno supporto sul luogo dei fasci strettamente semi-stabili. Tale luogo è non vuoto se il vettore di Mukai è non primitivo oppure se la polarizzazione rispetto a cui si considera le semi-stabilità è non generica. Il caso in cui il vettore di Mukai non è primitivo è stato analizzato da Kaledin, Lehn e Sorger in [KLS06]. In questo seminario parlerò di un lavoro svolto in collaborazione con E. Arbarello, in cui vengono analizzate le singolarità che si creano per la scelta di una polarizzazione non generica, nel caso di fasci aventi supporto su di una curva.
Usando la semi-stabilità di opportuni fibrati di Lazarsfeld-Mukai, si dimostra che le singolarità di questi spazi di moduli sono localmente (in senso analitico) isomorfe a delle varietà di Nakajima associate ad opportuni quiver. Tali singolarità ammettono delle naturali risoluzioni simplettiche che corrispondono, tramite questo isomorfismo, a variazioni del quoziente GIT della varietà di Nakajima.

Riferimenti bibliografici

[AS14] Arbarello, E. and Saccà, G., Singularities of moduli spaces of sheaves on K3 surfaces and Nakajima quiver varieties, *(to appear)*, 2014.

[KLS06] Kaledin, D., Lehn, M. and Sorger, Ch., Singular symplectic moduli spaces, *Invent. Math.*, 164(3):591–614, 2006.

[Muk84] Shigeru Mukai. Symplectic structure of the moduli space of sheaves on an abelian or $K3$ surface, *Invent. Math.*, 77(1):101–116, 1984.

Numeri di Betti di moduli multigraduati e applicazione alla Topological Data Analysis.

Martina Scolamiero

(KTH, Stoccolma)

La Topological Data Analysis si propone l'obbiettivo di estrarre caratteristiche topologiche e geometriche di un insieme di dati, rappresentati come punti in uno spazio metrico. Un modo di affrontanare questo problema e quello di assegnare un oggetto algebrico all'insieme di punti, i cui invariati siano facilmente calcolabili e riflettano caratteristiche topologiche.
Nell' Omologia Multipersistente, introdotta da Carlsson et al. in [1] e [2], si associa all'insieme di dati un modulo finitamente generato e multigraduato sull'anello dei polinomi in piú di una variabile. In questo seminario presenteró un metodo locale per il calcolo dei numeri di Betti di un modulo multigraduato. Mostreró inoltre attraverso degli esempi in che modo i numeri di Betti rappresentino " la forma" di un insieme di punti e quali siano i limiti di questi invariati.

Bibliografia

1. G.Carlsson, A.Zomorodian *The Theory of Multidimensional Persistence*, Discrete & Computational Geometry, vol 42 no. 1, pag 71-93, anno 2009.

2. G.Carlsson, G.Singh, A.Zomorodian *Computing Multidimensional Persistence*, Journal of Computational Geometry, vol 1, pag 72-100, anno 2010.

Luoghi di degenerazione di sezioni del fibrato cotangente

Fabio Tanturri

Universität des Saarlandes

Dato un morfismo F tra fibrati vettoriali su $\mathbb{P}^N = \mathbf{P}(V)$, il suo luogo di degenerazione X è costituito dai punti nei quali il morfismo ha rango non massimale. Per tentare di parametrizzare tali luoghi di degenerazione, si può studiare l'unione delle componenti irriducibili dello schema di Hilbert H_X contenenti gli X generali. Questo talk sarà dedicato al caso in cui il morfismo è dato da m sezioni globali di $\Omega_{\mathbf{P}(V)}(2)$, un twist del fibrato cotangente su $\mathbf{P}(V)$. In questo caso, per mezzo del metodo di Kempf-Weyman per il calcolo delle sizigie mediante risoluzioni di singolarità, si può dimostrare che H_X è birazionale alla grassmanniana $\mathbf{Gr}(m, \Lambda^2 V)$, posto che $3 < m < N+1$. Nei casi $m = 3$ e $m = 2$ è possibile dare una precisa caratterizzazione geometrica del luogo generale X e comprendere perché tale birazionalità non sia più verificata.

F. Tanturri, On the Hilbert scheme of degeneracy loci of twisted differential forms. ArXiv: 1401.8188, 2014.

Numeri di Chern fra Topologia e Geometria Birazionale

Luca Tasin
Max-Planck Institute for Mathematics

Nel 1952 F. Hirzebruch pose la questione sull'invarianza topologica dei numeri di Chern per varietà complesse proiettive. D. Kotschick nel 2012 risolve completamente il problema e pone di conseguenza la seguente domanda: sia c la prima classe di Chern di una varietà tridimensionale proiettiva X, possiamo limitare c^3 attraverso invarianti topologici associati a X?

In questo seminario discuterò un approccio a questa questione attraverso l'impiego del minimal model program e parlerò più in generale di come proprietà birazionali e proprietà topologiche di una varietà si influenzino a vicenda. Infine mostrerò come sotto certe ipotesi su X sia possibile dare una risposta affermativa alla domanda di Kotschick.

I risultati fanno parte di un lavoro in via di sviluppo con P. Cascini.

Stacks di rivestimenti ramificati di Galois

Fabio Tonini

Humboldt University of Berlin

Abstract

Introdurrò la nozione di rivestimento di Galois per un gruppo finito G (in breve G-rivestimento) e discuterò i problemi riguardanti la loro costruzione e la geometria dello stack G-Cov che essi formano. Se G é abeliano mostrerò come costruire G-rivestimenti a partire da dati combinatorici associati a G. Nel caso generale invece presenterò una corrispondenza fra G-rivestimenti e particolari funtori monoidali e una descrizione dei G-rivestimenti fra varietá normali.

Connessioni logaritmiche e algebroidi di Atiyah

Pietro Tortella

Université d'Angers

Abstract

Sia X una varietà complessa, e D un divisore in X. Denotiamo con T_X il fibrato tangente (olomorfo) di X, con Ω_X^1 il fascio delle uno forme olomorfe e con Ω_X^p il p-esimo prodotto esterno di Ω_X^1. Il fascio delle *p-forme logaritmiche* su (X, D) è il $\mathcal{O}_X$-modulo $\Omega_X^p(\log D)$, definito come il sottofascio di $\Omega_X^p(D)$ che consiste delle forme α tali che $d\alpha \in \Omega_X^{p+1}(D)$. Se D è un divisore a incroci normali, $\Omega_X^1(\log D)$ è $\mathcal{O}_X$-localmente libero, e $\Omega_X^p(\log D)$ coincide con il p-esimo prodotto esterno di $\Omega_X^1(\log D)$.

Una *connessione logaritmica* su (X, D) è una coppia (E, ∇), con E un fibrato vettoriale olomorfo su X e ∇ una applicazione

$$\nabla : E \to E \otimes \Omega_X^1(\log D)$$

che soddisfi la regola di Leibniz $\nabla(fs) = f\nabla s + s \otimes df$, e la condizione di integrabilità $\nabla \circ \nabla = 0$.

Questi oggetti giocano un ruolo fondamentale nella comprensione della geometria delle varietà non compatte. Un problema classico, noto come *specializzazione*, è capire la struttura della restrizione di una connessione logaritmica al divisore D dove presenta i poli. Spostando l'attenzione sugli algebroidi di Lie associati, mostreremo un nuovo approccio a questo problema.

Infatti, una struttura di connessione logaritmica è equivalente alla struttura di $T_X(-\log D)$-modulo visto come algebroide di Lie, dove $T_X(-\log D)$ è il fascio dei campi vettori su X tangenti al divisore D. A questo punto, l'osservazione è che la restrizione $L_N := (T_X(-\log D))_{|D}$ ha a sua volta una struttura di algebroide di Lie.

Mostreremo che L_N è isomorfo all'algebroide di Atiyah di $N_{D/X}$, il normale di D in X. Questo ci dà un morfismo di specializzazione dalla categoria delle connessioni logaritmiche alla categoria degli L_N-moduli. Inoltre mostreremo che questa restrizione determina univocamente la connessione logaritmica in un intorno di D in X, dimostrando una equivalenza tra questi oggetti, che può essere interpretata come una corrispondenza di Riemann-Hilbert.

IDEALI TEST, MOLTIPLICATORI E INVARIANTI

MATTEO VARBARO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

Lo scopo del seminario sarà presentare una formula esplicita per gli ideali moltiplicatori (quindi in particolare per il log-canonical threshold) di un qualsiasi ideale G-invariante di $\mathrm{Sym}(V \otimes W)$, dove V e W sono spazi vettoriali finitamente generati su un campo K di caratteristica 0 e $G = \mathrm{GL}(V) \times \mathrm{GL}(W)$. A tale scopo presenteremo un metodo che consente di calcolare gli ideali test di certe famiglie di ideali in caratteristica $p > 0$, e otterremo il risultato annunciato passando al "limite" per $p \longrightarrow \infty$. Lo stesso metodo fornisce una formula esplicita per gli ideali moltiplicatori di un qualsiasi ideale $\mathrm{GL}(V)$-invariante di $\mathrm{Sym}(\mathrm{Sym}^2 V)$ e $\mathrm{Sym}(\bigwedge^2 V)$. (Si noti che ideali determinantali di matrici generiche, o generiche simmetriche, e ideali di Pfaffiani di matrici generiche antisimmetriche, rientrano nelle classi di ideali descritte.) I risultati presentati sono stati ottenuti in collaborazione con Ines Henriques.