

Equivalenze derivate di varietà irregolari e luoghi di non annullamento

Luigi Lombardi
Universität Bonn

Presenterò alcuni risultati ottenuti in collaborazione con Mihnea Popa sulle equivalenze di categorie derivate dei fasci coerenti su varietà irregolari, ossia aventi primo numero di Betti non nullo. Un importante risultato nello studio di questo tipo di equivalenze è il lavoro di Popa e Schnell riguardante l'invarianza dell'irregolarità, ovvero del numero di 1-forme olomorfe linearmente indipendenti, lasciando aperto il problema dell'invarianza degli altri numeri di Hodge. Nel corso del seminario stabilirò una relazione tra la sopracitata invarianza di numeri di Hodge e l'invarianza dei luoghi di non annullamento associati al fibrato canonico di una varietà. Ricordo che tali luoghi sono canonicamente immersi nella varietà di Picard e svolgono un ruolo fondamentale nella teoria dell'annullamento generico di Green e Lazarsfeld. In particolare dimostrerò che un dato numero di Hodge è invariante sotto equivalenze di categorie derivate se e solamente se il corrispondente luogo di non annullamento è invariante.

Questo risultato ci permette di verificare una congettura di Popa sull'invarianza dei luoghi di non annullamento in dimensione al più tre, e in più ci fornisce utili strumenti nello studio del comportamento di particolari tipi di fibrazioni sotto equivalenze di categorie derivate. Tempo permettendo parlerò di un esempio di questo fenomeno mostrando che la proprietà di una varietà di essere fibrata sopra una curva liscia di genere almeno due è invariante sotto equivalenze di categorie derivate.

References

- [1] M. GREEN, R. LAZARSFELD, *Deformation theory, generic vanishing theorems, and some conjectures of Enriques, Catanese and Beauville*, Invent. Math. **90** (1987), 389-407.
- [2] M. GREEN, R. LAZARSFELD, *Higher obstructions to deforming cohomology groups of line bundles*, J. Amer. Math. Soc. **1** (1991), no. 4, 87-103.
- [3] L. LOMBARDI, *Derived invariants of irregular varieties and Hochschild homology*, arXiv:1204.1332 (2012)
- [4] L. LOMBARDI, M. POPA, *Derived equivalence and non-vanishing loci II*, arXiv:1302.2259 (2013)
- [5] M. POPA, *Derived equivalence and non-vanishing loci*, Clay Mathematical Proceedings, **18** (2013), volume in honor of Joe Harris, 567-575
- [6] M. POPA, *Equivalences of derived categories of smooth stacks and orbifold Hodge numbers*, arXiv:1306.2075 (2013)
- [7] M. POPA, C. SCHNELL, *Derived invariance of the number of holomorphic 1-forms and vector fields*, Ann. Sci. ENS **44** (2011), no. 3, 527-536.