Compattificazioni di Satake, Forme Quadratiche e Problema di Schottky

G. Codogni

Università Roma Tre

Il problema di Schottky è quello di caratterizzare le Jacobiane tra le varietà abeliane principalmente polarizzate. Un approccio classico è cercare delle forme modulari che si annullano sul luogo Jacobiano. Le forme modulari sono sezioni di fibrati ampi, quindi possono essere anche utilizzate per compattificare gli spazi di moduli. Queste compattificazioni sono dette "di Satake", o di "Baily-Borel".

Data un'opportuna forma quadratica, è possibile costruire una forma modulare stabile detta serie teta associata alla forma quadratica. Una forma modulare stabile è un limite inverso di fomre modulari. Il limite è sul genere, la restrizione dalle forme modulari in genre $g+1$ a quelle di genere g è data dall'operatore di Siegel.

Il primo risutlato è stato ottenuto insieme a Shepherd-Barron. Dando una descrizone precisa delle singolarità delle compattificazione di Satake dello spazio dei moduli delle curve, siamo in grado dimostrare che le forme modulari stabili non si annullano sullo spazio dei moduli delle curve se il genere è abbastanza grande.

In un secondo lavoro, grazie ad un'analisi delle singolarità della compattificazione di Satake del luogo iperellittico, ho trovato esempi espliciti di differnze di serie teta che si annullano sul luogo iperellittico in ogni genere.

Questo risultati possono essere descritti atraverso alcuni limiti diretti di spazi di moduli dotati di una struttura di monoide commutativo. Le dimostrazioni si basano su una formula variazionale per la matrice dei periodi di un'opportuna degenerazione.