FASCI DI SUPERFICI SIMMETRICHE IN $\mathbb{P}^3$

Scopo dell' esposizione e' presentare alcune nuove famiglie di superfici simmetriche in $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$. Punto di partenza sono i gruppi di rotazione del tetraedro, dell'ottaedro e dell'icosaedro in SO(3), da questi si ricavano poi sottogruppi di SU(2) (gruppi binari) e infine sottogruppi di SO(4) (gruppi bipoliedrici), che indico con G_6, G_8 e G_{12}. Essi operano in maniera naturale sull'anello dei polinomi in quattro variabili $\mathbb{C}[x_0, x_1, x_2, x_3]$. I polinomi omogenei G_n-invarianti definiscono poi superfici simmetriche in $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$. Con l'aiuto delle serie di Poincare' mostro che in grado $n = 6, 8, 12$ c'e' una famiglia 2-dimensionale di polinomi omogenei G_n-invarianti, che definisce quindi un fascio di superfici simmetriche in $\mathbb{P}^3$. In grado 6 e 12 i polinomi sono inoltre invarianti per i gruppi di riflessione di alcuni corpi regolari in $\mathbb{R}^4$. Una volta calcolati esplicitamente i generatori, trovo il luogo base e le superfici singolari contenute nei fasci. In ogni caso ne abbiamo quattro, che contengono solo punti doppi ordinari. In particolare in grado 12 ottengo una superficie con 600 punti doppi ordinari, risultato che migliora i precedenti esempi. Infine mostro alcune immagini al computer delle superfici.