

Esercizi - settimana 8

Livia Corsi

Dipartimento di Matematica e Fisica, Università Roma Tre, Roma, I-00146, Italy

E-mail: lcorsi@mat.uniroma3.it, livia.corsi@uniroma3.it

Integrali doppi e cambi di coordinate

Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali

- $\int_{-3}^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \sin(x^2 + y^2) dy dx$
- $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$

Esercizio 2. Usare coordinate polari per combinare

$$\int_{1/\sqrt{2}}^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^x xy dy dx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^x xy dy dx + \int_{\sqrt{2}}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} xy dy dx$$

in un unico integrale doppio. Calcolare tale integrale.

Esercizio 3. Sia R il quadrato delimitato dalle rette $u = 0$, $u = 1$, $v = 0$ e $v = 1$ e si consideri la trasformazione data da $x = 2u + 3v$, $y = u - v$. Disegnare la regione in cui R viene trasformata.

Esercizio 4. Calcolare

$$\iint_D x^2 dA$$

dove D è la regione delimitata dall'ellissi $9x^2 + 4y^2 = 36$.

Esercizio 5. Calcolare

$$\iint_D \cos\left(\frac{y-x}{y+x}\right) dA$$

dove D è il trapezio di vertici $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$ e $(0, 2)$.

Esercizio 6. Si f una funzione continua sull'intervallo $[0, 1]$ e sia R il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, 1)$. Mostrare che

$$\iint_R f(x+y) dA = \int_0^1 u f(u) du.$$

Esercizio 7. Determinare se le seguenti affermazioni sono vere o false. Se vere spiegare perché. Se false spiegare perché o trovare un controesempio

- $\int_{-1}^2 \int_0^6 x^2 \sin(x-y) dx dy = \int_0^6 \int_{-1}^2 x^2 \sin(x-y) dy dx$
- $\int_0^1 \int_0^x \sqrt{x+y^2} dy dx = \int_0^x \int_0^1 \sqrt{x+y^2} dx dy$
- $\int_{-1}^1 \int_0^1 e^{x^2+y^2} \sin(y) dx dy$