

Esercizi - settimana 7

Livia Corsi

Dipartimento di Matematica e Fisica, Università Roma Tre, Roma, I-00146, Italy

E-mail: lcorsi@mat.uniroma3.it, livia.corsi@uniroma3.it

Volumi e integrali doppi

Esercizio 1. Sul rettangolo $R = [-1, 3] \times [0, 2]$ usare $n = 2$ sottointervalli nella direzione x e $m = 4$ sottointervalli nella direzione y per approssimare

$$\iint_R (y^2 - 2x^2) dA$$

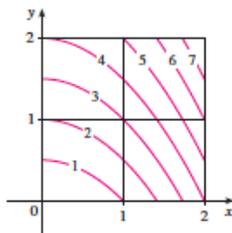
usando come punto campione il centro di ciascun sottorettangolo.

Esercizio 2. Una vasca di $20m \times 30m$ è riempita d'acqua. La profondità della vasca è misurata in sottointervalli di $5m$ a partire da un angolo della vasca, e i valori sono riportati nella tabella sotto

	0	5	10	15	20	25	30
0	2	3	4	6	7	8	8
5	2	3	4	7	8	10	8
10	2	4	6	8	10	12	10
15	2	3	4	5	6	8	7
20	2	2	2	2	3	4	4

Dare una stima della quantità d'acqua nella vasca.

Esercizio 3. In figura sono riportati i livelli di una funzione nel quadrato $R = [0, 2] \times [0, 2]$.



Dare una stima di $\iint_R f(x, y) dA$. In che modo si potrebbe migliorare la stima?

Esercizio 4. Sia $R = [0, 4] \times [0, 2]$. L'integrale $\iint_R \sqrt{9 - y^2} dA$ rappresenta il volume di un solido. Disegnare il solido.

Esercizio 5. Sia $f(x, y) \equiv k$ ovvero una funzione costante, e sia $R = [a, b] \times [c, d]$. Mostrare geometricamente che $\iint_R f(x, y) dA = k(b - a)(c - d)$. Usare questo risultato per dedurre

$$0 \leq \iint_R \sin(\pi x) \cos(\pi y) dA \leq \frac{1}{32}$$

dove $R = [0, \frac{1}{4}] \times [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ senza calcolare l'integrale.

Esercizio 6. Calcolare i seguenti integrali

1. $\iint_R \cos(x + 2y) dA$ dove $R = [0, \pi] \times [0, \pi/2]$
2. $\iint_R xy e^{x^2 y} dA$ dove $R = [0, 1] \times [0, 2]$
3. $\iint_D y^2 e^{xy} dA$ dove $D = \{0 \leq y \leq 4, 0 \leq x \leq y\}$
4. $\iint_D x \cos(y) dA$ dove D è la regione limitata dalle curve $y = 0, y = x^2, x = 1$.

Esercizio 7. Determinare il valor medio della funzione $f(x, y) = xy$ sul triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, e $(1, 3)$

Esercizio 8. Determinare il volume del solido sotto il piano $x + 2y - z = 0$ e sopra la regione limitata da $y = x$ e $y = x^4$

Esercizio 9. Calcolare i seguenti integrali

$$\int_0^1 \left[\int_{3y}^3 e^{x^2} dx \right] dy \qquad \int_0^4 \left[\int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3 + 1} dy \right] dx \qquad \int_0^1 \left[\int_x^1 e^{x/y} dy \right] dx$$

(Sugg. Può essere utile fare un disegno della base...)