

**Corso di Laurea in Fisica - Corso di Laurea in Matematica**  
**Anno Accademico 2019/2020**  
**FM210 - Meccanica Analitica**

TERZO APPELLO (04-09-2020)

(DUE PAGINE)

ESERCIZIO 1. Un'asta omogenea di estremi  $A$  e  $B$ , massa  $M$  e lunghezza  $\ell$  è vincolata a muoversi su di un piano  $\pi$  che ruota con velocità angolare costante  $\omega$  intorno all'asse verticale  $s$  ortogonale a  $r$  nel punto fisso  $O$ . L'estremo  $A$  è vincolato a muoversi su di una retta orizzontale  $r \subset \pi$ . Inoltre  $A$  è collegato ad  $O$  tramite una molla di costante elastica  $k > 0$  e lunghezza a riposo nulla. Si trascuri l'effetto della gravità.

- (1.1) Si scrivano la Lagrangiana del sistema e le corrispondenti equazioni di Eulero-Lagrange,.
- (1.2) Si determinino, se esistono, eventuali quantità conservate.
- (1.3) Si determinino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare del parametro  $h = \frac{h}{M\omega^2}$

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema rigido costituito da 8 punti di massa  $m$  disposti in corrispondenza dei vertici di una parallelepipedo a base quadrata di lato  $\ell$  e altezza  $h$  i cui spigoli laterali formano un angolo  $\theta = \frac{\pi}{6}$  con la base.

- (2.1) Determinare il centro di massa del sistema.
- (2.2) Determinare gli assi d'inerzia rispetto al centro di massa.
- (2.3) Calcolare i corrispondenti momenti principali d'inerzia.

ESERCIZIO 3. Si consideri la trasformazione

$$\begin{cases} Q = \sqrt{p}e^{\alpha q} \\ P = -2p^\beta e^{q/2} \end{cases}$$

- (3.1) Trovare per quali valori di  $\alpha, \beta$  la trasformazione è canonica.
- (3.2) In corrispondenza dei valori al punto precedente, scrivere una generatrice della trasformazione.
- (3.3) Risolvere le equazioni del moto per l'Hamiltoniana

$$H(q, p) = -\frac{8}{3}p^{3/2}e^{3q/2}$$

per ogni dato iniziale.

**Non è consentito l'uso di libri, quaderni, appunti, telefonini, computer e calcolatrici grafiche. Ogni foglio consegnato deve contenere: nome, numero di matricola, firma.**