

### Esercizio 1

Una massa puntiforme  $m$  si muove in  $\mathbb{R}^3$  sotto l'effetto di una forza centrale

$$\mathbf{F} = -k \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|(|\mathbf{x}| + \ell)^3} \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \quad k, \ell > 0.$$

Considerare il caso  $\mathbf{L} \neq \mathbf{0}$  ( $\mathbf{L}$  momento angolare).

- Si identifichi il potenziale efficace per il moto radiale e se ne disegni il grafico al variare di  $L := |\mathbf{L}| > 0$ .
- Si disegnino le curve di livello nel piano  $(\rho, \dot{\rho})$  e si discuta qualitativamente la natura del moto radiale al variare di  $L > 0$ .
- Si determinino tutti i possibili dati iniziali per cui il moto complessivo risultante è periodico e se ne calcoli il periodo nella forma di integrale definito.

(II Esonero a.a. 2013/2014, Prof. Alessandro Giuliani)