

Università degli Studi di Roma Tre
A.A. 2025/2026
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Luca Battaglia
Esercitatrice: Michela Procesi
Tutori: Francesco Caristo, Leonardo Loepp

Tutorato 7

Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti.

$$1. \int \frac{1}{x \log x} dx$$

$$2. \int \frac{x^\pi + 3x^5}{x^e} dx$$

$$3. \int (\tan x + \cot x) dx$$

$$4. \int \frac{8x^3}{1+x^8} dx$$

$$5. \int \frac{3 \sin(2\sqrt{x})}{\sqrt{2x}} dx$$

$$6. \int \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 3x^2 + 1} dx$$

$$7. \int \frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

$$8. \int |x| dx$$

$$9. \int \frac{2}{x^2 + 9} dx$$

$$10. \int \frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 11}{x + \sqrt{2}} dx$$

$$11. \int 2 \log^2 x dx$$

$$12. \int e^{-x} \cos x dx$$

$$13. \int \arctan x dx$$

$$14. \int \cosh^3(x) dx$$

$$15. \int \frac{\log(x)}{x^4}$$

$$16. \int \frac{\log^2 x}{x} dx$$

$$17. \int x^3 \sinh(x^4 + 5) dx$$

$$18. \int \frac{\cos(2x)}{[\cos^4(x) - 2\sin^2(x)\cos^2(x) + \sin^4(x)]\sin(2x)} dx$$

$$19. \int \frac{x^2 + 2x - 1}{x - x^3} dx$$

$$20. \int \frac{5x - 3}{x^2 - 5x + 6} dx$$

$$21. \int \frac{x^3 - 4x^2 + 6}{x^2 + 6x + 4} dx$$

$$22. \int \frac{49^x - 1}{\sqrt{7^x}} dx$$

$$23. \int (1 + \log x) x^x dx$$

$$24. \int \frac{x^4 + 8x^2 + 16}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} dx$$

$$25. \int [\log(\arctan(x)) + 1] \frac{(\arctan(x))^{\arctan(x)}}{x^2 + 1} dx$$

$$26. \int \frac{x - \sqrt{\arctan(3x)}}{1 + 9x^2} dx$$

$$27. \int \frac{x^{11}}{1+2x} dx$$

$$28. \int \frac{x^5+3}{4x^2+1} dx$$

$$29. \int x \log\left(\frac{x-1}{1+x}\right) dx$$

$$30. \int x^5 e^{-x^2} dx$$

$$31. \int (\max\{x, \sin(x)\})^2 \cos(x) dx$$

$$32. \int \arctan\left(\frac{x+4}{x-2}\right) dx$$

$$33. \int \frac{x - \arcsin(x) + \arccos(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$34. \int \frac{15x^2 - 4x - 81}{x^3 - 13x + 12} dx$$

$$35. \int 2x \log(1+x) dx$$

$$36. \int (3x-5) \cos(x) dx$$

$$37. \int \frac{x \cos(x)}{\sin^3(x)} dx$$

$$38. \int x e^x \cos x \sin x dx$$

$$39. \int \frac{2}{4-x^4} dx$$

$$40. \int \frac{2}{4+x^4} dx$$

$$41. \int \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$$

$$42. \int (2x^4 + 5x^2 + 1) e^{x^2} \arctan(x) dx$$

$$43. \int |x^2 - x| \sin^2(x) dx$$

$$44. \int x^2 e^{x^2 - \sqrt{2}x} dx$$

$$45. \int (x^2 + 1)e^x \sin^3(x) \, dx$$

Esercizio 2. Dimostrare che l'equazione $2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{5}$ ha infinite soluzioni in ogni intervallo della forma $[-a, a]$, $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. Il monaco tibetano si è reso conto di essersi scordato l'incensiere nel monastero, alle 7 del mattino parte per il monastero e ritorna a casa alle 17. Alle 19 riparte per andare a mangiare a casa di un amico situata a 500 metri dalla sua, dove arriva dopo due ore. Supponendo che non sia in grado di teletrasportarsi e che il suo tragitto sia liscio e regolare, senza balzi improvvisi; si dimostri che:

- Tra le 7 e le 17 ci sta un momento in cui la sua velocità è nulla.
- Tra le 18 e le 19 ci sta un tempo in cui la sua velocità è esattamente 250 metri all'ora.

(Si ricordi che la velocità è la derivata dello spostamento rispetto al tempo).