

Università degli Studi di Roma Tre
A.A. 2025/2026
Corso di Laurea Triennale in Fisica e
Matematica
AM110 - Analisi Matematica I

Docente: Luca Battaglia
Esercitatrice: Michela Procesi
Tutori: Francesco Caristo, Leonardo Loepp

Tutorato 7

Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti.

1. $\int \frac{1}{x \log x} dx$

2. $\int \frac{x^\pi + 3x^5}{x^e} dx$

3. $\int (\tan x + \cot x) dx$

4. $\int \frac{8x^3}{1+x^8} dx$

5. $\int \frac{3 \sin(2\sqrt{x})}{\sqrt{2x}} dx$

6. $\int \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 3x^2 + 1} dx$

7. $\int \frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$

8. $\int |x| dx$

9. $\int \frac{2}{x^2 + 9} dx$

10. $\int \frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 11}{x + \sqrt{2}} dx$
11. $\int 2\log^2 x dx$
12. $\int e^{-x} \cos x dx$
13. $\int \arctan x dx$
14. $\int \cosh^3(x) dx$
15. $\int \frac{\log(x)}{x^4} dx$
16. $\int \frac{\log^2 x}{x} dx$
17. $\int x^3 \sinh(x^4 + 5) dx$
18. $\int \frac{\cos(2x)}{[\cos^4(x) - 2\sin^2(x)\cos^2(x) + \sin^4(x)]\sin(2x)} dx$
19. $\int \frac{x^2 + 2x - 1}{x - x^3} dx$
20. $\int \frac{5x - 3}{x^2 - 5x + 6} dx$
21. $\int \frac{x^3 - 4x^2 + 6}{x^2 + 6x + 4} dx$
22. $\int \frac{49^x - 1}{\sqrt{7^x}} dx$
23. $\int (1 + \log x) x^x dx$
24. $\int \frac{x^4 + 8x^2 + 16}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} dx$
25. $\int [\log(\arctan(x)) + 1] \frac{(\arctan(x))^{\arctan(x)}}{x^2 + 1} dx$
26. $\int \frac{x - \sqrt{\arctan(3x)}}{1 + 9x^2} dx$

27. $\int \frac{x^{11}}{1+2x} dx$
28. $\int \frac{x^5+3}{4x^2+1} dx$
29. $\int x \log\left(\frac{x-1}{1+x}\right) dx$
30. $\int x^5 e^{-x^2} dx$
31. $\int (\max\{x, \sin(x)\})^2 \cos(x) dx$
32. $\int \arctan\left(\frac{x+4}{x-2}\right) dx$
33. $\int \frac{x - \arcsin(x) + \arccos(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$
34. $\int \frac{15x^2 - 4x - 81}{x^3 - 13x + 12} dx$
35. $\int 2x \log(1+x) dx$
36. $\int (3x-5) \cos(x) dx$
37. $\int \frac{x \cos(x)}{\sin^3(x)} dx$
38. $\int x e^x \cos x \sin x dx$
39. $\int \frac{2}{4-x^4} dx$
40. $\int \frac{2}{4+x^4} dx$
41. $\int \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$
42. $\int (2x^4 + 5x^2 + 1) e^{x^2} \arctan(x) dx$
43. $\int |x^2 - x| \sin^2(x) dx$
44. $\int x^2 e^{x^2 - \sqrt{2}x} dx$

45. $\int (x^2 + 1)e^x \sin^3(x) \, dx$

Esercizio 2. Dimostrare che l'equazione $2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{5}$ ha infinite soluzioni in ogni intervallo della forma $[-a, a]$, $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. Il monaco tibetano si è reso conto di essersi scordato l'incensiere nel monastero, alle 7 del mattino parte per il monastero e ritorna a casa alle 17. Alle 19 riparte per andare a mangiare a casa di un amico situata a 500 metri dalla sua, dove arriva dopo due ore. Supponendo che non sia in grado di teletrasportarsi e che il suo tragitto sia liscio e regolare, senza balzi improvvisi; si dimostri che:

- Tra le 7 e le 17 ci sta un momento in cui la sua velocità è nulla.
- Tra le 18 e le 19 ci sta un tempo in cui la sua velocità è esattamente 250 metri all'ora.

(Si ricordi che la velocità è la derivata dello spostamento rispetto al tempo).