

# Esercizi di Analisi Matematica I

A.A. 2016 – 2017 - Docente: Luca Battaglia

LEZIONE 10 DEL 15 DICEMBRE 2016

ARGOMENTO: INTEGRALI IMPROPRI, EQUAZIONI DIFFERENZIALI

1. Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri:

$$(a) \int_0^1 \frac{(\sin \sqrt{x})^3}{x^2} dx$$

$$(b) \int_0^{+\infty} \frac{x}{e^x - \sin x - 1} dx$$

2. Studiare la convergenza, al variare del parametro reale  $a$ , dei seguenti integrali impropri:

$$(a) \int_0^{+\infty} x^a (1 - e^{-x}) dx$$

$$(b) \int_0^1 \left( \frac{x}{1-x} \right)^a \log x dx$$

3. Calcolare i seguenti integrali impropri:

$$(a) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{x}}{x-x^2} dx$$

$$(b) \int_0^{+\infty} \frac{\log x}{(x+1)^2} dx$$

4. Risolvere le seguenti equazioni differenziali e determinarne l'intervallo massimale di esistenza:

$$(a) \begin{cases} y'(x) = e^{-y(x)} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} y'(x) = (\cos(y(x)))^2 \cos x \\ y(0) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

(Gli esercizi 1.b, 2.b e 3.b sono stati assegnati per casa)