

# Tutorato di GE210

A.A. 2015-2016 - Docente: Prof. A. Verra  
Tutori: Francesco Di Tullio e Manuela Donati  
Tutorato 2 - 8 Ottobre 2015

1. Sia  $b$  forma bilineare simmetrica su  $\mathbb{R}^4$  definita, rispetto alla base  $E = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ , dalla seguente matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Scrivere l'equazione che rappresenta  $b$ .
  - Scrivere la forma quadratica  $q$  di  $b$ .
  - $b$  è non degenere?
  - Dato  $W = \langle e_3, e_1 + e_2 \rangle$  determina le equazioni cartesiane di  $W^\perp$ .
2. Dire per quali valori di  $k$  esistono affinità tali che l'immagine di  $(1, 0)$  sia il punto  $(2, 0)$ , l'immagine del punto  $(0, 1)$  sia  $(1, 1)$  e l'immagine dell'origine sia  $(2 + k, 1 - k)$ . Determinare gli eventuali valori di  $k$  per cui si ottengono isometrie e in caso classificarle.
3. Sia  $f$  un'affinità di  $\mathbb{A}$ . Verificare che se  $f$  fissa due punti  $P$  e  $Q \in \mathbb{A}$  allora  $f$  fissa tutti i punti della retta  $r$  passante per  $P$  e  $Q$ .
4. Sia  $\mathbb{A} = (\mathbb{A})^2(\mathbb{R})$  un piano affine con riferimento  $Oe_1e_2$ .
- Determinare l'equazione di ogni affinità  $f$  di  $\mathbb{A}$  che fissa i punti della retta  $r$  di equazione  $x + y = 1$ .
  - Considerati i punti  $P = (1, 2)$ ,  $Q = (2, 1) \in \mathbb{A}$ , tra le affinità considerate nel punto precedente, determinare le eventuali che trasformano  $P$  in  $Q$ .
  - Tra le affinità considerate nel primo punto, determinare eventuali traslazioni.

5. Calcolare le equazioni delle rette unite per l'affinità

$$\phi : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

6. Dimostrare che data  $q$  forma quadratica associata a  $b$  forma bilineare simmetrica, essa verifica le seguenti condizioni:

- $q(k\bar{v}) = k^2q(\bar{v})$
- $2b(\bar{v}, \bar{w}) = q(\bar{v} + \bar{w}, \bar{v} + \bar{w}) - q(\bar{v}) - q(\bar{w})$

7. Si determini la forma bilineare simmetrica  $b$  definita dalle seguenti condizioni:

- $b(e_1, e_1) = b(e_2, e_2) = b(e_3, e_3) = 1$
- I vettori  $e_1 + e_2, e_1 + e_3, e_2 + e_3$  sono isotropi.

Scrivere la matrice  $A$  associata a  $b$ .