Tutorato di GE210

Tutori: Sabrina Capaldi & Andrea Lelli

Universitá degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato 6 - 19 Novembre 2014

1. Sia fissato un riferimento cartesiano Oe_1e_2 di $\mathbb{E}^2$.
   Siano ρ la riflessione di asse la retta $r : x - 2y = 1$ e σ la rotazione di centro $P_0 = (1, 2)$ e angolo $\theta = \frac{\pi}{2}$.
   - Scrivere le equazioni di ρ e σ.
   - Determinare le equazioni delle isometrie f e g tali che $f \circ \rho = \sigma$ e $\rho = g \circ \sigma$ e indicare di che tipo di isometrie si tratta.

2. Siano r e s due rette incidenti di $A = \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ e siano ρ_r e ρ_s le riflessioni di assi rispettivamente la retta r e la retta s.
   - Mostrare che la composizione $\rho_r \circ \rho_s$ è una rotazione di centro $P_0 = s \cap r$.
   - Che relazione c'è tra $\rho_s \circ \rho_r$ e $\rho_r \circ \rho_s$?
   - Se r è parallela ad s che tipo di affinitá è $\rho_r \circ \rho_s$?

3. Sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare cosí definito:

   $$\varphi(\vec{i}) = 2\vec{i} - \vec{j}, \qquad \varphi(\vec{j}) = -\vec{i} + 2\vec{j}, \qquad \varphi(\vec{k}) = 2\vec{k} - \vec{l}, \qquad \varphi(\vec{l}) = -\vec{k} + 2\vec{l}$$

   dove $\{\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k},\ \vec{l}\}$ è una base ortonormale rispetto al prodotto scalare standard. Verificare che φ è un operatore simmetrico e determinare una base ortonormale di autovettori di φ.

4. Determinare equazioni cartesiane della retta s di $\mathbb{E}^3$ passante per il punto $P = (1, 0, -1)$, incidente la retta r e ad essa perpendicolare.

   $$r : \begin{cases} X + Y - 2 = 0 \\ 2Y - Z = 0 \end{cases}$$

5. Determinare un'equazione del piano $\mathfrak{P}$ di $\mathbb{E}^{\nvDash}$ contenente la retta r : $\frac{X-1}{2} = \frac{Y-2}{3} = \frac{Z}{4}$, e ortogonale al piano $\mathfrak{G} : 2X + 2Y + Z = 0$

6. Determinare equazioni cartesiane della retta r di $\mathbb{E}^3$ passante per il punto $P = (3, 2, 1)$, perpendicolare alla retta $s : \frac{X+1}{3} = Y - 2 = -\frac{Z}{2}$ e incidente la retta $t : X - 3Y - Z = X + 7Y + Z - 6 = 0$.
   Calcolare la distanza tra r ed s.

7. In ciascuno dei seguenti casi, dopo aver verificato che le rette r ed s di $\mathbb{E}^3$ sono sghembe, trovarne distanza e perpendicolare comune:

   - $r: \begin{cases} 2X - Y - Z - 1 = 0 \\ X + Y - 2Z = 0 \end{cases}, \; s: \begin{cases} 2X + Y - Z + 2 = 0 \\ Y + 3Z - 2 = 0 \end{cases}$
   - $r: \begin{cases} X + Y - 3 = 0 \\ 2X - Z + 1 = 0 \end{cases}, \; s: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$