

Università degli Studi Roma Tre
Corso di laurea in Matematica A.A. 2014-2015
GE210 - Geometria 2
Esercitazione n.3

Esercizio 1. Per ciascuna delle seguenti coniche si dia la classificazione, si trovi la corrispondente forma canonica (meglio se usando il teorema d'invarianza), la si riduca in forma canonica per mezzo di isometrie e si disegni il suo grafico nel piano cartesiano:

- (i) $\mathcal{C} : 3x^2 - 10xy + 3y^2 - 2x - 2y + 3 = 0;$
- (ii) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4xy + 1 = 0;$
- (iii) $\mathcal{C} : x^2 + 5x + 6 = 0;$
- (iv) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 4xy + 6x + 6y + 6 = 0;$
- (v) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 2y - 3 = 0;$
- (vi) $\mathcal{C} : x^2 + 9y^2 + 6xy + 6x - 2y + 1 = 0;$
- (vii) $\mathcal{C} : x^2 4y^2 + 2x - 3 = 0;$
- (viii) $\mathcal{C} : x^2 - 2y^2 + 4x - 8y - 2 = 0;$
- (ix) $\mathcal{C} : x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y = 0;$
- (x) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 + x + 2y + 1 = 0;$
- (xi) $\mathcal{C} : x^2 + xy = 0;$
- (xii) $\mathcal{C} : x^2 + 4xy + 4y^2 - 5 = 0;$
- (xiii) $\mathcal{C} : x^2 + 6xy + y^2 - 3 = 0;$
- (xiv) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0;$
- (xv) $\mathcal{C} : x^2 + 2xy + y^2 + 4x = 0;$
- (xvi) $\mathcal{C} : x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + 2 = 0;$
- (xvii) $\mathcal{C} : 4x^2 + 4xy + y^2 + 2x + y = 0;$
- (xviii) $\mathcal{C} : x^2 + 5y^2 + 7 + 8xy + 10x + 11y = 0;$
- (xix) $\mathcal{C} : x^2 - 2xy + 3y^2 = 0;$
- (xx) $\mathcal{C} : xy + y + x = 0;$
- (xxi) $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y = 0;$

- (xxii) $\mathcal{C} : x^2 - y + 1 = 0;$
- (xxiii) $\mathcal{C} : 20x^2 - 12xy + 5y^2 - 1 = 0;$
- (xxiv) $\mathcal{C} : 16xy + 8x - 8y^2 = 4y + 1;$
- (xxv) $\mathcal{C} : 5x + y - 4x^2 - 4xy - y^2 - 1 = 0;$
- (xxvi) $\mathcal{C} : x + 5y - 4x^2 - 4xy - y^2 - 1 = 0;$
- (xxvii) $\mathcal{C} : x^2 - 10xy + y^2 + 10x - 2y + 1 = 0;$
- (xxviii) $\mathcal{C} : 8x^2 - 12xy + 17y^2 + 60x - 70y + 105 = 0;$
- (xxix) $\mathcal{C} : 3x^2 - 4\sqrt{3}xy + 4y^2 + 2\sqrt{3}x - 4y + 1 = 0;$
- (xxx) $\mathcal{C} : 5x^2 - 2\sqrt{3}xy + 7y^2 - 12\sqrt{3}x + 20y + 36 = 0;$
- (xxxii) $\mathcal{C} : 9x^2 + 6xy + y^2 - 6x - 2y - 39 = 0;$
- (xxxiii) $\mathcal{C} : 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 4x - 12y + 12 = 0;$
- (xxxiiii) $\mathcal{C} : 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4x + 6y + 53 = 0.$

Esercizio 2. Al variare di $a, b, c \in \mathbb{R}$, classificare le coniche di tipo:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0.$$

Esercizio 3. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare la conica:

$$\mathcal{C}_k : x^2 + ky^2 + 4xy + 2x + 2y - 1 = 0.$$

Esercizio 4. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare la conica:

$$\mathcal{C}_k : x^2 + 9y^2 + 2kxy + 2x + 2y = 0.$$

Esercizio 5. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, classificare la conica:

$$\mathcal{C}_k : x^2 + y^2 + 2kxy + 1 = 0.$$

Esercizio 6. Che tipo di grafico può avere una conica nell'equazione della quale manca una una delle due indeterminate? Che tipo di grafico può avere invece se mancano i termini di grado minore di due?