

Esercizio 1. Determinare e rappresentare graficamente il dominio delle seguenti funzioni:

(i) $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^4}$

(ii) $f(x, y) = \log(1 - x^2) + \log(1 - y^2)$

(iii) $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{1 - 9y^2}}$

(iv) $f(x, y) = \log(\sin(x^2 + y^2))$

(v) $f(x, y) = \arccos(x^2 + 4y^2 - 3)$

(vi) $f(x, y) = \log \frac{2x - x^2 - y^2}{x^2 + y^2 - x}$

(vii) $f(x, y) = \sqrt{xy - 1} \log(5 - 2x - 2y)$

(viii) $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

Esercizio 2. Determinare una funzione di due variabili che ammette come dominio il triangolo di vertici $A(1, 1)$, $B(2, -1)$ e $C(-3, 0)$, compresi i tre lati.

Esercizio 3. Determinare una funzione di due variabili che ammette come dominio l'insieme:

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 > 1\} \cup \{(0, 0)\}$$

Esercizio 4. Si tracci sommariamente il grafico delle seguenti funzioni:

(i) $f(x, y) = \frac{1 + x}{x^2}$

(ii) $f(x, y) = y^4 - y^2$

(iii) $f(x, y) = 2\sqrt{1 - x^2 - y^2} + 1$

(iv) $f(x, y) = 1 - \sqrt{4x^2 + y^2}$

(v) $f(x, y) = 1 - 4x^2 - y^2$

(vi) $f(x, y) = 1 + \arctan(2x^2 + 2y^2)$

(vii) $f(x, y) = \frac{1 + \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$

(viii) $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$

Esercizio 5. Disegnare le curve di livello delle seguenti funzioni:

(i) $f(x, y) = 4x^2 - y^2$

(ii) $f(x, y) = x^2 - y$

(iii) $f(x, y) = \frac{xy + 1}{x^2}$

Esercizio 6. Stabilire se la seguente funzione è iniettiva o suriettiva:

$$f(x, y) = \frac{\frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + 1}{x^2 + y^2}$$

Si determini inoltre l'insieme immagine di f .