

**Sapienza Università di Roma**  
**Corso di laurea in Ingegneria Energetica**  
**Geometria - A.A. 2015-2016**  
**Foglio n.4 – Matrice inversa**  
**prof. Cigliola**

**Esercizio 1.** Stabilire se le seguenti matrici sono invertibili ed in caso affermativo, calcolarne l'inversa:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\left[ A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & -1/3 \\ 0 & -2/3 & 1/3 \\ -1 & -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}, \quad C \text{ non è invertibile} \right]$$

**Esercizio 2.** Stabilire se le seguenti matrici sono invertibili ed in caso affermativo, calcolarne l'inversa:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\left[ A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 2/5 & -1/3 \end{pmatrix} \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \quad C^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1/2 & 1/10 \\ 0 & 0 & -1/5 \end{pmatrix} \right]$$

$$\left[ E^{-1} = \begin{pmatrix} -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix} \quad F^{-1} = \begin{pmatrix} 7/2 & 7/2 & -3 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

**Esercizio 3.** Sia  $k$  un parametro reale e siano date le matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ k & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} k & k-1 & k \\ 0 & 2k-2 & 0 \\ 1 & k-1 & 2-k \end{pmatrix}$$

Per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  le due matrici sono contemporaneamente invertibili?

$$[k \neq 3/2, 0, 1]$$

**Esercizio 4.** Per quali valori di  $h \in \mathbb{R}$  la seguente matrice è invertibile? Calcolare la sua inversa per  $h = 0$ .

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & h & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & h+1 & 1 \\ 0 & -2 & h+1 & 0 & 1 \\ 0 & -h & -h & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$[h \neq -1, -3; \text{ per } h = 0 \text{ l'inversa è : } \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 2/3 & 0 & -1 \\ 1/3 & 0 & 0 & -1/3 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 1/3 & -1 \\ 0 & -1/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}]$$

**Esercizio 5.** Per quali valori di  $k$  le seguenti matrici sono invertibili?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ k & k & k \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & k & 0 \\ k & 2 & 0 \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -k & 0 \\ 1 & 0 & -k \\ k & 0 & -k \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

[per nessun valore di  $k$ ,  
 $k = 0, \pm 2$ ,  
 $k = 0, 1$ ,  
 $k = 1, -2$ ]

**Esercizio 6.** Per quali valori di  $a$  e di  $b$  la seguente matrice è invertibile?

$$\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[  $a \neq 1, b \neq 1, a \neq b$  ]

**Esercizio 7.** Per quali valori di  $\alpha$  la seguente matrice è invertibile?

$$\begin{pmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & -\cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix}$$

[  $\alpha \neq \frac{3}{4}\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ]