

**Sapienza Università di Roma**  
**Corso di laurea in Ingegneria Energetica**  
**Geometria - A.A. 2015-2016**  
**Foglio n.30 – Piano proiettivo**  
**prof. Cigliola**

**Esercizio 1.** Determinare equazioni cartesiane e parametriche della retta proiettiva passante per le seguenti coppie di punti:

- (i)  $P[1, 2, -1]$  e  $Q[-1, -2, -3]$
- (ii)  $P[1, 0, 0]$  e  $Q[-1, -2, 1]$
- (iii)  $P[0, 2, 0]$  e  $Q[-1, 0, 0]$
- (iv)  $P[11, 22, 11]$  e  $Q[0, 2, 3]$
- (v)  $P[2, 2, -1]$  e  $Q[1, -1, 0]$

**Esercizio 2.** Stabilire se i seguenti punti sono allineati e in caso affermativo determinare la retta proiettiva che li contiene:

- (i)  $A[1, 2, -1]$ ,  $B[-1, -2, -3]$  e  $C[0, 0, 1]$
- (ii)  $A[1, 2, -1]$ ,  $B[1, 1, 1]$  e  $C[3, 4, 1]$
- (iii)  $A[1, 1, -1]$ ,  $B[0, 2, 2]$  e  $C[1, 2, 0]$
- (iv)  $A[1, -1, 1]$ ,  $B[-1, 1, 1]$  e  $C[1, 0, 1]$
- (v)  $A[-1, -1, -1]$ ,  $B[1, 1, 1]$  e  $C[0, 0, 1]$

**Esercizio 3.** Determinare il punto comune alle seguenti coppie di rette:

- (i)  $r: X_0 + X_1 - X_2 = 0$  e  $s: X_1 - X_2 - X_0 = 0$
- (ii)  $r: 2X_0 + X_1 - 2X_2 = 0$  e  $s: X_1 - 2X_2 - X_0 = 0$
- (iii)  $r: X_0 + X_1 + X_2 = 0$  e  $s: X_2 + X_0 = 0$
- (iv)  $r: -X_0 + X_1 - X_2 = 0$  e  $s: 2X_1 - X_2 + 3X_0 = 0$
- (v)  $r: X_0 = 0$  e  $s: X_1 - X_2 = 0$

**Esercizio 4.** Determinare, se esiste, il punto di intersezione delle rette:

$$r_1: X_1 - X_2 + 3X_0 = 0 \qquad r_2: X_0 + X_1 - X_2 = 0 \qquad 5X_0 + X_1 + 3X_2 = 0.$$

**Esercizio 5.** Determinare la chiusura proiettiva ed il punto all'infinito (rispetto ad  $X_0$ ) delle seguenti rette di  $\mathbb{A}^2$ :

- (i)  $r: x + 2y - 3 = 0$
- (ii)  $r: \sqrt{2}x = 3$
- (iii)  $r: x - y + 3000 = 0$
- (iv)  $r: -x + 3y - 2 = 0$

(v)  $r : 2x - 3y - 5 = 0$

**Esercizio 6.** Determinare un'equazione cartesiana della retta affine costituita dai punti propri delle seguenti rette proiettive:

(i)  $r : 2X_1 - X_0 = 0$

(ii)  $r : 4X_1 + X_0 - X_2 = 0$

(iii)  $r : X_0 = -2X_1$

(iv)  $r : 3X_1 - X_2 + 2X_0 = 0$

**Esercizio 7.** Determinare il punto comune alle chiusure proiettive delle rette affini seguenti:

(i)  $r : x + 2y = 0$  e  $s : x + y + 3 = 0$

(ii)  $r : 2x + 2y = 19$  e  $s : x + y + 3 = 0$

(iii)  $r : 2y = 13$  e  $s : 2y + 4 = 0$

(iv)  $r : y = -\frac{3}{2}x + 3$  e  $s : x - y - 2 = 0$

(v)  $r : 2x - 2y = 0$  e  $s : x - y + 2 = 0$