Sapienza Università di Roma - Corso di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica
Geometria - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Foglio n.2 – Algebra lineare in $\mathbb{R}^n$

Esercizio 1. Costruire almeno due combinazioni lineari dei seguenti insiemi di vettori:

(i) $v_1 = (0,0)$, $v_2 = (1,-1)$ in $\mathbb{R}^2$. [il vettore nullo e $v = v_1 + v_2 = (1,-1)$]

(ii) $v_1 = (1,1)$, $v_2 = (-1,2)$ in $\mathbb{R}^2$. [$v = v_1 + v_2 = (0,3)$ e $w = v_1 - v_2 = (2,-1)$]

(iii) $v_1 = (-1,1)$, $v_2 = (1,2)$, $v_3 = (0,-1)$ in $\mathbb{R}^2$.

(iv) $v_1 = (1,0,1)$, $v_2 = (1,1,1)$, $v_3 = (2,1,2)$ in $\mathbb{R}^3$.

(v) $v_1 = (1,0,1)$, $v_2 = (1,1,-1)$, $v_3(2,4,0)$, $v_4 = (1,0,7)$ in $\mathbb{R}^3$.

[$v = v_1 = (1,0,1)$ e $w = v_1 + v_2 = (2,1,0)$]

Esercizio 2. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (-1,2)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1,1)$ e $v_2 = (1,2)$.

[Impostando l'uguaglianza $w = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2$ e risolvendo il sistema che ne risulta, si ottiene $\lambda_1 = -4$ e $\lambda_2 = 3$.]

Esercizio 3. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (-1,2)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1,1)$, $v_2 = (1,2)$ e $v_3 = (2,-1)$. [$w = -4v_1 + 3v_2 + 0v_3$]

Esercizio 4. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (-1,1)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (-1,1)$ e $v_2 = (-2,1)$. [$w = v_1 + 0v_2$]

Esercizio 5. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (1,\pi)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (-1,1)$ e $v_2 = (1,-1)$. [impossibile]

Esercizio 6. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (1,2,-1)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1,0,0)$, $v_2 = (1,1,0)$ e $v_3 = (1,1,1)$. [$w = -v_1 + 3v_2 - v_3$]

Esercizio 7. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (1,2,-1)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1,-1,0)$ e $v_2 = (1,1,1)$. [impossibile]

Esercizio 8. Stabilire se i seguenti insiemi di vettori sono linearmente dipendenti o indipendenti:

(i) $v_1 = (0,0)$, $v_2 = (1,1)$ in $\mathbb{R}^2$. [lin. dip.]

(ii) $v_1 = (1,-1)$, $v_2 = (-1,2)$ in $\mathbb{R}^2$. [lin. indip.]

(iii) $v_1 = (1,-1)$, $v_2 = (1,2)$, $v_3 = (0,1)$ in $\mathbb{R}^2$. [lin. dip.]

(iv) $v_1 = (1,0,-1)$, $v_2 = (1,-1,1)$, $v_3 = (2,1,-2)$ in $\mathbb{R}^3$. [lin. indip.]

(v) $v_1 = (1,0,1)$, $v_2 = (1,1,-1)$, $v_3(2,4,0)$, $v_4 = (1,0,7)$ in $\mathbb{R}^3$. [lin. dip.]

(vi) $v_1 = (-1,1,-1)$, $v_2 = (1,-1,-1)$ in $\mathbb{R}^3$. [lin. indip.]

Esercizio 9. Dopo aver verificato che i vettori di $\mathbb{R}^4$ $v_1 = (1,0,0,-1)$, $v_2 = (1,0,1,0)$, $v_3 = (-1,0,0,2)$, $v_4 = (0,0,2,-1)$ e $v_5 = (0,1,-1,0)$ sono linearmente dipendenti, scrivere uno di essi come combinazione lineare dei rimanenti.