

Sapienza Università di Roma
Corso di laurea in Ingegneria Energetica
Geometria - A.A. 2015-2016
Foglio n.2 – Combinazioni lineari
prof. Cigliola

Esercizio 1. Costruire almeno due combinazioni lineari dei seguenti insiemi di vettori:

(i) $v_1 = (0, 0)$, $v_2 = (1, -1)$ in \mathbb{R}^2 . [il vettore nullo e $v = v_1 + v_2 = (1, -1)$]

(ii) $v_1 = (1, 1)$, $v_2 = (-1, 2)$ in \mathbb{R}^2 . [$v = v_1 + v_2 = (0, 3)$ e $w = v_1 - v_2 = (2, -1)$]

(iii) $v_1 = (-1, 1)$, $v_2 = (1, 2)$, $v_3 = (0, -1)$ in \mathbb{R}^2 .

(iv) $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 1, 1)$, $v_3 = (2, 1, 2)$ in \mathbb{R}^3 .

(v) $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 1, -1)$, $v_3(2, 4, 0)$, $v_4 = (1, 0, 7)$ in \mathbb{R}^3 .

[$v = v_1 = (1, 0, 1)$ e $w = v_1 + v_2 = (2, 1, 0)$]

Esercizio 2. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (-1, 2)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1, 1)$ e $v_2 = (1, 2)$.

[Impostando l'uguaglianza $w = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2$ e risolvendo il sistema che ne risulta, si ottiene $\lambda_1 = -4$ e $\lambda_2 = 3$.]

Esercizio 3. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (-1, 2)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1, 1)$, $v_2 = (1, 2)$ e $v_3 = (2, -1)$.

[$w = -4v_1 + 6v_2 + 0v_3$]

Esercizio 4. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (-1, 1)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (-1, 1)$ e $v_2 = (-2, 1)$.

[$w = v_1 + 0v_2$]

Esercizio 5. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (1, \pi)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (-1, 1)$ e $v_2 = (1, -1)$.

[impossibile]

Esercizio 6. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (1, 2, -1)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (1, 1, 0)$ e $v_3 = (1, 1, 1)$.

[$w = -v_1 + 3v_2 - v_3$]

Esercizio 7. Scrivere, se possibile, il vettore $w = (1, 2, -1)$ come combinazione lineare dei vettori $v_1 = (1, -1, 0)$ e $v_2 = (1, 1, 1)$.

[impossibile]

Esercizio 8. Stabilire se i seguenti insiemi di vettori sono linearmente dipendenti o indipendenti:

(i) $v_1 = (0, 0)$, $v_2 = (1, 1)$ in \mathbb{R}^2 . [lin. dip.]

(ii) $v_1 = (1, -1)$, $v_2 = (-1, 2)$ in \mathbb{R}^2 . [lin. indep.]

(iii) $v_1 = (1, -1)$, $v_2 = (1, 2)$, $v_3 = (0, 1)$ in \mathbb{R}^2 . [lin. dip.]

(iv) $v_1 = (1, 0, -1)$, $v_2 = (1, -1, 1)$, $v_3 = (2, 1, -2)$ in \mathbb{R}^3 . [lin. indep.]

(v) $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 1, -1)$, $v_3(2, 4, 0)$, $v_4 = (1, 0, 7)$ in \mathbb{R}^3 . [lin. dip.]

(vi) $v_1 = (-1, 1, -1)$, $v_2 = (1, -1, -1)$ in \mathbb{R}^3 . [lin. indep.]