

**Sapienza Università di Roma – Corso di laurea in Ingegneria Elettrotecnica**  
**Geometria - A.A. 2018-2019**  
**Foglio n.23 – Trasformazioni del piano**

**Esercizio 1.** Classificare le seguenti trasformazioni del piano (stabilisci se sono affinità, isometrie, rotazioni etc.) e interpreta la loro azione geometricamente:

(i)  $f(x, y) = (1, -2)$

(ii)  $f(x, y) = (x + 1, y - 3)$

(iii)  $f(x, y) = (y, x)$

(iv)  $f(x, y) = (-x, -y)$

(v)  $f(x, y) = (x, -y)$

(vi)  $f(x, y) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y, \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y\right)$

(vii)  $f(x, y) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y + 1, \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 2\right)$

**Esercizio 2.** Dimostrare che la composizione di due rotazioni è una rotazione e che l'inversa di una rotazione è una rotazione.

**Esercizio 3.** Dimostrare che la composizione di due traslazioni è una traslazione e che l'inversa di una traslazione è una traslazione.

**Esercizio 4.** Data un'affinità  $f$ , si dice che  $P$  è un punto fisso per  $f$  se  $f(P) = P$ . Calcolare i punti fissi delle affinità (e delle isometrie) dell'Esercizio 1.

**Esercizio 5.** Data le affinità dell'Esercizio 1, calcolare i trasformati sotto la loro azione del punto  $P(2, -1)$ , della retta  $r: x - 2y + 1 = 0$  e della conica  $\mathcal{C}: x^2 - y^2 + 2xy - x + y - 1 = 0$

**Esercizio 6.** Scrivere le equazioni della rotazione del piano di  $45^\circ$  attorno all'origine in senso orario.