

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Prova 3 in itinere – 4 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. Sia dato l'insieme $A = \{ \{\emptyset\}, \{a, \emptyset\} \}$. Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) (1pt) $\{a\} \in A$
- (ii) (1pt) $\{\emptyset\} \subseteq A$
- (iii) (1pt) $\{\emptyset\} \subseteq \mathcal{P}(A)$
- (iv) (1pt) $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$

Esercizio 2. Siano dati gli insiemi

$$A = \{a, *, b, 4, y, 1\} \quad B = \{1, *, 4\} \quad C = \{a, b, 1, 3\}.$$

- (i) (2pt) Determinare $\mathcal{P}(B)$.
- (ii) (2pt) Calcolare $[(A \cap B) \setminus (A \cup C)] \cup (C \cup B)$.
- (iii) (2pt) Quanti sono gli elementi dell'insieme $B \times C$?

Esercizio 3. Sia dato l'insieme

$$A = \{(-1)^n \cdot 2^{-n} \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

- (i) (1pt) Stabilire se A è un insieme limitato.
- (ii) (2pt) Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di A .
- (iii) (1pt) Spiegare perché l'insieme A ha parte interna vuota.
- (iv) (2pt) Calcolare i punti di accumulazione di A .

Esercizio 4. (2pt) Siano date le due funzioni $f(x) = x^2 + 3x + 2$ e $g(x) = \log x$. Determinare l'espressione delle funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$ specificando il dominio di ciascuna.

Esercizio 5. (3pt) Risolvere la seguente equazione: $2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$.

Esercizio 6. (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\log(x^2 - x - 2)}$.

Esercizio 7. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = e^{\frac{|x|+x}{2}}$.

- (i) (1pt) Stabilire se f è iniettiva.
- (ii) (2pt) Dire se f è suriettiva e calcolare l'immagine di f .
- (iii) (2pt) Calcolare la controimmagine dell'intervallo $[-1, 1]$.

Esercizio 8. (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 1} = 1$.

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Prova 3* in itinere – 4 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. Sia dato l'insieme $A = \{ \{\emptyset\}, \{a, \emptyset\} \}$. Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) (1pt) $\{a\} \in A$
- (ii) (1pt) $\{\emptyset\} \subseteq A$
- (iii) (1pt) $\{\emptyset\} \subseteq \mathcal{P}(A)$
- (iv) (1pt) $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$

Esercizio 2. Siano dati gli insiemi

$$A = \{a, *, b, 4, y, 1\} \quad B = \{1, *, 4\} \quad C = \{a, b, 1, 3\}.$$

- (i) (2pt) Determinare $\mathcal{P}(B)$.
- (ii) (2pt) Calcolare $[(A \cap B) \setminus (A \cup C)] \cup (C \cup B)$.
- (iii) (2pt) Quanti sono gli elementi dell'insieme $B \times C$?

Esercizio 3. Sia dato l'insieme

$$A = \{(-1)^n \cdot 2^{-n} \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

- (i) (1pt) Stabilire se A è un insieme limitato.
- (ii) (2pt) Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di A .
- (iii) (1pt) Spiegare perché l'insieme A ha parte interna vuota.
- (iv) (2pt) Calcolare i punti di accumulazione di A .

Esercizio 4. (2pt) Siano date le due funzioni $f(x) = x^2 + 3x + 2$ e $g(x) = \log x$. Determinare l'espressione delle funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$ specificando il dominio di ciascuna.

Esercizio 5. (3pt) Risolvere la seguente equazione: $2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$.

Esercizio 6. (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\log(x^2 - x - 2)}$.

Esercizio 7. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = e^{\frac{|x|+x}{2}}$.

- (i) (1pt) Stabilire se f è iniettiva.
- (ii) (2pt) Dire se f è suriettiva e calcolare l'immagine di f .
- (iii) (2pt) Calcolare la controimmagine dell'intervallo $[-1, 1]$.

Esercizio 8. (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 1} = 1$.