

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S  
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni  
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola  
Prova 1 in itinere – 4 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

**Esercizio 1.** Siano dati gli insiemi

$$A = \{a, 2, b, c, d, 1\} \quad B = \{1, 2, c\} \quad C = \{a, b, 1, 3\}.$$

- (i) (2pt) Calcolare  $[(A \cup B) \setminus (A \cap C)] \cap (C \setminus B)$ .
- (ii) (2pt) Quanti sono gli elementi dell'insieme  $A \times C$ ?
- (iii) (2pt) Determinare  $\mathcal{P}(B)$ .

**Esercizio 2.** Sia dato l'insieme  $A = \{\emptyset, \{a, \emptyset\}\}$ . Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) (1pt)  $a \in A$
- (ii) (1pt)  $\{\emptyset\} \subseteq A$
- (iii) (1pt)  $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$
- (iv) (1pt)  $\{\emptyset\} \subseteq \mathcal{P}(A)$

**Esercizio 3.** Sia dato l'insieme  $A = \left\{(-1)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ .

- (i) (1pt) Stabilire se  $A$  è un insieme limitato.
- (ii) (2pt) Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di  $A$ .
- (iii) (2pt) Calcolare i punti di accumulazione di  $A$ .
- (iv) (1pt) Determinare la parte interna di  $A$ .

**Esercizio 4.** (3pt) Risolvere la seguente equazione:  $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 = 0$ .

**Esercizio 5.** (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 6}}{\log(x^2 + x - 2)}$ .

**Esercizio 6.** Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita come  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x + |x|}{2}}$ .

- (i) (1pt) Stabilire se  $f$  è iniettiva.
- (ii) (2pt) Dire se  $f$  è suriettiva e calcolare l'immagine di  $f$ .
- (iii) (2pt) Calcolare la controimmagine dell'intervallo  $(-1, 1)$ .

**Esercizio 7.** (2pt) Siano date le due funzioni  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  e  $g(x) = \sqrt{x}$ . Determinare l'espressione delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $f \circ g$  specificando il dominio di ciascuna.

**Esercizio 8.** (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 1} = 1$ .

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S  
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni  
Matematica II corso - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola  
Prova 1\* in itinere – 4 Aprile 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

**Esercizio 1.** Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita come  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+|x|}{2}}$ .

- (i) (1pt) Stabilire se  $f$  è iniettiva.
- (ii) (2pt) Dire se  $f$  è suriettiva e calcolare l'immagine di  $f$ .
- (iii) (2pt) Calcolare la controimmagine dell'intervallo  $(-1, 1)$ .

**Esercizio 2.** Siano dati gli insiemi

$$A = \{a, 2, b, c, d, 1\} \quad B = \{1, 2, c\} \quad C = \{a, b, 1, 3\}.$$

- (i) (2pt) Calcolare  $[(A \cup B) \setminus (A \cap C)] \cap (C \setminus B)$ .
- (ii) (2pt) Quanti sono gli elementi dell'insieme  $A \times C$ ?
- (iii) (2pt) Determinare  $\mathcal{P}(B)$ .

**Esercizio 3.** (3pt) Risolvere la seguente equazione:  $2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 = 0$ .

**Esercizio 4.** (5pt) Determinare il dominio della seguente funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 6}}{\log(x^2 + x - 2)}$ .

**Esercizio 5.** Sia dato l'insieme  $A = \left\{ (-1)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ .

- (i) (1pt) Stabilire se  $A$  è un insieme limitato.
- (ii) (2pt) Determinare, se esistono, il massimo, il minimo, l'estremo superiore, l'estremo inferiore di  $A$ .
- (iii) (2pt) Calcolare i punti di accumulazione di  $A$ .
- (iv) (1pt) Determinare la parte interna di  $A$ .

**Esercizio 6.** (2pt) Siano date le due funzioni  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  e  $g(x) = \sqrt{x}$ . Determinare l'espressione delle funzioni composte  $g \circ f$  e  $f \circ g$  specificando il dominio di ciascuna.

**Esercizio 7.** (3pt) Utilizzando la definizione data, verificare che:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 1} = 1$ .

**Esercizio 8.** Sia dato l'insieme  $A = \{\emptyset, \{a, \emptyset\}\}$ . Giustificando le risposte, dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- (i) (1pt)  $a \in A$
- (ii) (1pt)  $\{\emptyset\} \subseteq A$
- (iii) (1pt)  $\{a\} \in \mathcal{P}(A)$
- (iv) (1pt)  $\{\emptyset\} \subseteq \mathcal{P}(A)$