

# Risultati degli Esercizi proposti su Curve Algebriche Piane

a cura di Antonio Cigliola

## Esercizio 3.1

- (i)  $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$ ;
- (ii)  $x + y = 0$ ;
- (iv)  $X(x_0^2 - 2y_0) - Y(2x_0 - y_0^2) + 4x_0y_0 - x_0^3 - y_0^3 = 0$ ;
- (v)  $(y_0 - 1)Y + x_0X - x_0^2 - y_0^2 + y_0 = 0$ ;
- (vi)  $y_0X + x_0Y - 2x_0y_0 = 0$ .

## Esercizio 3.2

- (i) Simmetrica rispetto ad entrambi gli assi e rispetto all'origine.
- (ii) Nessuna simmetria.
- (iii) Simmetrica rispetto all'asse  $x$ .
- (iv) Simmetrica rispetto ad entrambi gli assi e rispetto all'origine.
- (v) Simmetrica rispetto ad entrambi gli assi e rispetto all'origine.

## Esercizio 3.3

- (i)  $(0, 0)$
- (ii)  $(\pm 1, 0)$
- (iii)  $(1, 1), (-1, -1)$
- (iv)  $(0, \pm 1)$
- (v)  $(0, 0), (1, \pm 1)$  (difficile)
- (vi)  $(0, 0), (1, \pm 1)$  (difficile)
- (vii)  $(-1, 1)$

## Esercizio 3.4

Si lavori solo rispetto all'origine quando è un punto singolare.

- (i) L'origine è un nodo ordinario:  $x = 0, y = 0$ .
- (ii) L'origine è un punto isolato.
- (iii) L'origine è una cuspide:  $y = 0$  tangente doppia.
- (iv) La curva è liscia.
- (v) L'origine è una cuspide con tangente l'asse  $x$  contato due volte.
- (vi) L'origine è un punto triplo con tangenti l'asse  $x$  contato due volte e l'asse  $y$ .
- (vii) L'origine è un punto doppio ordinario con tangenti  $y = \pm\sqrt{\frac{11}{3}}x$ .

**Esercizio 3.6**

- (v) L'origine è una cuspide a tangente orizzontale; il punto  $(\frac{9}{4}, \frac{27}{4})$  ha tangente orizzontale.
- (vii) L'origine (flesso), i punti  $(\frac{5}{9}\sqrt{2}\sqrt[4]{5}, \frac{1}{6}\sqrt{2}\sqrt[4]{5})$  e  $(-\frac{5}{9}\sqrt{2}\sqrt[4]{5}, -\frac{1}{6}\sqrt{2}\sqrt[4]{5})$  hanno tangente verticale. I punti  $(\frac{\sqrt{2}}{9}, -\frac{1}{3\sqrt{2}})$  e  $(-\frac{\sqrt{2}}{9}, \frac{1}{3\sqrt{2}})$  hanno tangente verticale.

**Esercizio 3.7**

- (iii) L'origine è un punto di flesso a tangente orizzontale, ...
- (v)  $(9, \frac{27}{2})$
- (vii) L'origine è un punto di flesso a tangente verticale, ...