

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Corso di Laurea in Statistica gestionale
Prova1 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018
10 Settembre 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (4pt) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{3^n}{n \cdot n!} \qquad \sum_{n \geq 2} \frac{(\sin n)^n}{n^2}$$

Esercizio 2. (9pt) Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = e^{\frac{|x-1|}{x}}$$

Esercizio 3. (5pt) Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 1$ il seguente integrale improprio è convergente e, in caso positivo, calcolarne la somma:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2-2x+2)^\alpha} dx.$$

Esercizio 4. (6pt) Si determinino tutte le soluzioni del seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = e^x \\ y(0) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 5. (4pt) Si consideri la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x^2 + 1)$$

definita nel dominio $A = [0, +\infty)$.

- (i) Si determini un insieme B in modo che la funzione $f : A \rightarrow B$ sia invertibile.
- (ii) Detta $g : B \rightarrow A$ la funzione inversa di f , calcolare, se esiste, $g'(\frac{\pi}{3})$.

Esercizio 6. (6pt) Sia $f : (-1; 1) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^2(-1; 1)$. È noto che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1 - 2x - 3x^2}{x^2} = 0.$$

Calcolare $f(0)$, $f'(0)$ ed $f''(0)$.

Sapienza Università di Roma - Facoltà I3S
Corso di Laurea in Statistica Economia Finanza e Assicurazioni
Corso di Laurea in Statistica Economia e Società
Corso di Laurea in Statistica gestionale
Prova2 di Matematica II corso - A.A. 2017-2018
10 Settembre 2018

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. (4pt) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie numeriche:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{2n \cdot n!}{5^n} \qquad \sum_{n \geq 2} \frac{(\cos n)^n}{n^2}$$

Esercizio 2. (9pt) Studiare in dettaglio e tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = e^{\frac{|x-2|}{x}}$$

Esercizio 3. (5pt) Stabilire per quali valori del parametro reale $\alpha > 1$ il seguente integrale improprio è convergente e, in caso positivo, calcolarne la somma:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2-2x+4)^\alpha} dx.$$

Esercizio 4. (6pt) Si determinino tutte le soluzioni del seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = e^{2x} \\ y(0) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 5. (4pt) Si consideri la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x^2 + 1)$$

definita nel dominio $A = [0, +\infty)$.

(i) Si determini un insieme B in modo che la funzione $f : A \rightarrow B$ sia invertibile.

(ii) Detta $g : B \rightarrow A$ la funzione inversa di f , calcolare, se esiste, $g'(\frac{\pi}{3})$.

Esercizio 6. (6pt) Sia $f : (-1; 1) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^2(-1; 1)$. È noto che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 1 - 3x - 2x^2}{x^2} = 0.$$

Calcolare $f(0)$, $f'(0)$ ed $f''(0)$.