

Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI
Laurea in Ingegneria Elettrotecnica A.A. 2018/19
Prova di Geometria – 9 Novembre 2019
Prof. Cigliola

Nome:	Mat.:
-------	-------

Esercizio 1. Si considerino nello spazio euclideo i piani

$$\pi : 3x - 2y - z + 1 = 0 \qquad \sigma : 3x - 2y - z - 3 = 0.$$

- (a) **(2pt)** Stabilire la posizione reciproca tra i due piani.
- (b) **(2pt)** Calcolare una sfera tangente ad entrambi i piani.
- (c) **(2pt)** Determinare una retta perpendicolare a π e incidente σ .

Esercizio 2. Sono dati i due sottospazi di \mathbb{R}^4 :

$$U_1 : \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases} \qquad U_2 : \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

- (a) **(2pt)** Calcolare basi e dimensioni di U_1 e U_2 .
- (b) **(2pt)** Calcolare basi e dimensioni di $U_1 + U_2$ e $U_1 \cap U_2$.
- (c) **(2pt)** Calcolare una base ortonormale di U_2 .

Esercizio 3. È dato l'endomorfismo F di \mathbb{R}^4 tale che

$$F(1, 0, 0, 0) = (0, 0, 0, 0) \quad F(0, 1, 0, 0) = (1, 0, 0, -2) \quad F(0, 0, 1, 0) = (0, 1, 0, 3) \quad F(0, 0, 0, 1) = (0, 0, 1, 0).$$

- (a) **(2pt)** Stabilire se F è iniettivo, suriettivo, invertibile.
- (b) **(2pt)** Calcolare basi e dimensioni di nucleo e immagine di F .
- (c) **(2pt)** Trovare un vettore che ha controimmagine vuota secondo F .
- (d) **(4pt)** Stabilire se F è diagonalizzabile.

Esercizio 4. Si consideri la circonferenza:

$$C : x^2 + y^2 - x + 8y - 3 = 0.$$

- (a) **(2pt)** Calcolare centro e raggio di C .
- (b) **(2pt)** Inscrivere un quadrato in C .
- (c) **(2pt)** Circoscrivere un quadrato a C .

Esercizio 5. **(4pt)** Discutere e risolvere, al variare del parametro reale m , il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + kz = 0 \\ x - y + kz = 3 \\ x + ky - 2z = 3 \end{cases}$$