Sapienza Università di Roma – Facoltà ICI
Laurea in Ingegneria Energetica A.A. 2016/17
Prova di Analisi Matematica II – 16 Febbraio 2018

Esercizio 1. Sia data la funzione di due variabili

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1-e^{x^2+y^2}}{\sqrt[4]{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(i) (**3pt**) Studiare la continuità di f nell'origine.

(ii) (**3pt**) Studiare la derivabilità di f nell'origine.

(iii) (**3pt**) Studiare la differenziabilità di f nell'origine.

Esercizio 2. Si consideri la regione dello spazio

$$W = \{\ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ \mid \ \sqrt{x^2+y^2} - 2 < z < 4 - x^2 - y^2; \quad y \leqslant 0\ \}.$$

(i) (**2pt**) Rappresentare graficamente W.

(ii) (**5pt**) Calcolare il baricentro di W.

Esercizio 3. (**4pt**) Calcolare l'intervallo di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n\geqslant 1} \frac{n^n}{3^n (n+2)!}\, x^n.$$

Esercizio 4. (**5pt**) Si dica se la forma differenziale

$$\omega = (5 + 2xy^2 + yz)\, dx + x(2xy + z)\, dy + xy\, dz$$

è esatta nel dominio $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0,\ y < 0,\ z > 7\}$ e trovare in caso affermativo tutte le sue primitive.

Esercizio 5. (**4pt**) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{per } \ -\pi \leqslant x \leqslant 0 \\ 0 & \text{per } \ 0 < x < \pi \end{cases}$$

definita in $[-\pi, \pi)$ e prolungata per periodicità su tutto l'asse reale. Sia poi $S(x)$ la funzione somma della serie di Fourier di $f(x)$. Calcolare $S(-3)$, $S(5\pi)$, $S(10)$ e $S(-12\pi)$.

Esercizio 6. (**4pt**) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{x}{n^2x^2+1}.$$