

Università degli Studi Roma Tre – Corso di laurea in Matematica
GE210-Geometria 2 – A.A. 2016-2017 – APPELLO A

NOME MATRICOLA

ESERCIZIO 1. Portare in forma canonica e classificare la quadrica

$$\mathcal{Q}: 6xz + 8yz - 5x = 0.$$

ESERCIZIO 2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, diagonalizzare la forma quadratica Q su \mathbb{R}^4 definita come

$$Q(x, y, z, t) = -2xz + z^2 + 2kxt - 2zt + kt^2.$$

ESERCIZIO 3. Sono dati i due piani

$$\pi: x + 2y + 2z + 4 = 0 \quad \text{e} \quad \sigma: x + 2y + 2z - 5 = 0.$$

- (a) Provare che i due piani sono paralleli e calcolarne la distanza.
- (b) Costruire, se esiste, una sfera \mathcal{S} tangente ai due piani π e σ ed avente il centro nel piano $\alpha: x + y + z + 1 = 0$.
- (c) Trovare, se esiste, una retta r che interseca \mathcal{S} , π e σ in un unico punto ciascuno.

ESERCIZIO 4. Sono date nel piano affine le rette

$$r : y = x \qquad s : y = 0$$

e i punti $A(1,0)$ e $B(2,0)$. Determinare, se esiste, un'affinità f di $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ tale che

$$f(r) = s \qquad f(A) = B.$$

ESERCIZIO 5. Si consideri la curva algebrica piana affine

$$\mathcal{C} : x^3 - 2x^2y + x^2 - y^2 = 0.$$

- (a) Determinare gli asintoti di \mathcal{C} .
- (b) Calcolare la molteplicità dei punti di \mathcal{C} .
- (c) Determinare le tangenti principali a \mathcal{C} nei suoi punti singolari.
- (d) Calcolare la retta tangente a \mathcal{C} nel punto $(-1, 0)$.

ESERCIZIO 6. Costruire, se è possibile, un endomorfismo simmetrico F di \mathbb{R}^4 con (tutte) le seguenti proprietà:

- gli autovalori di F sono 0 e 1 entrambi di molteplicità due;
- il nucleo di F è lo spazio generato da $(1, 2, 0, -1)$ e $(1, 1, 0, 0)$;
- $F(1, 2, 3, 4) = (1, 2, 3, 4)$.