

Università Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
AL110-Algebra 1 - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Esercizi foglio n.3

Esercizio 1. Dati $X = \{1, 2, 3, 4\}$ e $Y = \{1, 3, 5\}$, determinare il grafico della corrispondenza \leq in $X \times Y$.

Esercizio 2. Dati $X = \{2, 3, 4, 7\}$ e $Y = \{3, 8, 10\}$, determinare il grafico della corrispondenza \mathcal{R} in $X \times Y$, dove $x\mathcal{R}y$ se e solo se x è un divisore di y .

Esercizio 3. Rappresentare graficamente le seguenti relazioni binarie definite in \mathbb{R} :

- (i) $x\mathcal{R}y$ se e solo se $2x - 3y = 6$
- (ii) $x\mathcal{R}y$ se e solo se $y > x^2$
- (iii) $x\mathcal{R}y$ se e solo se $x^2 + y^2 < 25$ oppure $x \geq 3$
- (iv) $x\mathcal{R}y$ se e solo se $|x| \geq 3$ e $|y| \leq 2$.

Esercizio 4. Dire se le seguenti relazioni godono delle proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva, totale:

- (i) la perpendicolarità nell'insieme delle rette del piano;
- (ii) l'inclusione tra i sottoinsiemi di un fissato insieme X ;
- (iii) in \mathbb{Z} , $x\mathcal{R}y$ se e solo se $x - y$ è un multiplo di 5;
- (iv) in \mathbb{Q} , $x\mathcal{R}y$ se e solo se $|x| = |y|$;
- (v) tra i sottoinsiemi di un insieme X , $A\mathcal{R}B$ se e solo se $A \cap B = \emptyset$.

Esercizio 5. Elencare tutte le relazioni riflessive definite sull'insieme $S = \{1, 2\}$.

Esercizio 6. Siano $X = \{1, 2, 9\}$, $Y = \{4, 5, 8\}$ e $Z = \{4, 8, 10, 11\}$. Si considerino le relazioni $x\mathcal{R}y$ se e solo se $x \leq y$ in $X \times Y$ e $y\mathcal{R}'z$ se e solo se y è un divisore di z in $Y \times Z$. Determinare il grafico della relazione composta $\mathcal{R}\mathcal{R}'$.

Esercizio 7. Determinare due insiemi X ed Y ed una corrispondenza $\mathcal{R} \subset X \times Y$ tale che $\mathcal{R}\mathcal{R}^{-1}$ non sia confrontabile con Δ_X e $\mathcal{R}^{-1}\mathcal{R}$ non sia confrontabile con Δ_Y .