

Università Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
AL110-Algebra 1 - A.A. 2017-2018 – prof. Cigliola
Esercizi foglio n.2

Esercizio 1. Sia data la famiglia di sottoinsiemi $(A_i \mid i \in I)$ di un insieme X . Provare le formule di De Morgan generalizzate:

$$(i) \quad X \setminus \bigcap_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (X \setminus A_i)$$

$$(ii) \quad X \setminus \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcap_{i \in I} (X \setminus A_i)$$

Esercizio 2. Sia A un insieme. Determinare l'unione e l'intersezione della famiglia di sottoinsiemi di A .

Esercizio 3. Siano S, T, V insiemi. Dimostrare che

$$(i) \quad (S \cap T) \times V = (S \times V) \cap (T \times V);$$

$$(ii) \quad (S \cup T) \times V = (S \times V) \cup (T \times V).$$

Esercizio 4. Siano S, T, V, W insiemi. Dimostrare che

$$(i) \quad (S \times T) \cap (V \times W) = (S \cap V) \times (T \cap W);$$

$$(ii) \quad (S \times T) \cup (V \times W) \subseteq (S \cup V) \times (T \cup W).$$

Si provi inoltre che l'inclusione della (ii) è in generale stretta.

Esercizio 5. Siano S e T insiemi non vuoti non costituiti da un solo elemento. Trovare un sottoinsieme di $S \times T$ che non è del tipo $X \times Y$, con $X \subseteq S$ e $Y \subseteq T$.