Università Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
AL110-Algebra 1 - A.A. 2018-2019
Esercizi foglio n.10

Esercizio 1. Sia n un intero maggiore di 1. Determinare il numero di trasposizioni di S_n.

Esercizio 2. Sia n un intero positivo e sia $\sigma \in S_n$ un ciclo di lunghezza k. Provare che se k è dispari, allora anche σ^2 è un k-ciclo, se invece k è pari, allora σ^2 è prodotto di due $\frac{k}{2}$-cicli.

Esercizio 3. Si consideri la seguente permutazione in S_8:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & 3 & 7 & 5 & 1 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

Decomporre σ nel prodotto di cicli disgiunti e determinare l'ordine di σ. Provare che σ è una permutazione pari. Determinare σ^{-1}, σ^2, σ^3, σ^4, σ^5, σ^{-4} e σ^{-3}.

Esercizio 4. Si consideri la seguente permutazione in S_7:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Decomporre σ nel prodotto di cicli disgiunti e determinare l'ordine di σ. Provare che σ è una permutazione dispari. Determinare σ^{-1}, σ^2, σ^3, σ^4, σ^5, σ^{-4} e σ^{-3}.

Esercizio 5. Si consideri la seguente permutazione in S_{12}:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 2 & 6 & 8 & 12 & 3 & 1 & 10 & 9 & 5 & 11 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Decomporre σ nel prodotto di cicli disgiunti e determinare l'ordine di σ. Determinare σ^{-1}, σ^2, σ^3, σ^4, σ^5, σ^{-4} e σ^{-3}.

Esercizio 6. Si considerino le permutazioni in S_7:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Decomporre σ e τ nel prodotto di cicli disgiunti e calcolare $\sigma^{-1}\tau^2\sigma^3$ e $(\sigma\tau\sigma^{-3})^{-1}$.

Esercizio 7. Si considerino le permutazioni in S_8:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 7 & 1 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 1 & 2 & 5 & 7 & 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

Decomporre σ e τ nel prodotto di cicli disgiunti e calcolare $\sigma^{-1}\tau^3\sigma^2$ e $(\sigma\tau\sigma^{-1})^2$.

Esercizio 8. Si considerino le permutazioni in S_9:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 8 & 7 & 2 & 3 & 9 \end{pmatrix} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 4 & 2 & 6 & 7 & 5 & 9 & 8 \end{pmatrix}.$$

Decomporre σ e τ nel prodotto di cicli disgiunti e calcolare $\sigma^{-2}\tau^2\sigma^{-1}$ e $(\sigma^2\tau^{-1}\sigma^{-1})^2$.