

Teoria dell'omotopia in geometria algebrica

Simone Borghesi

Data una varietà algebrica X definita su un campo k immergibile in \mathbb{C} , possiamo considerare la sua \mathbb{C} realizzazione topologica $X(\mathbb{C})$. Essa è uno spazio topologico il cui tipo di omotopia non dipende dalla scelta dell'immersione di k nei numeri complessi e che possiede una struttura complessa sul fibrato tangente nel caso X sia liscia. Il teorema di Riemann-Roch mostra come il tipo di omotopia di $X(\mathbb{C})$ e certi invarianti algebrici della varietà X non siano indipendenti. In quel risultato, il tipo d'omotopia di $X(\mathbb{C})$ appare sotto forma di classi caratteristiche del fibrato tangente (classe di Todd). Le tecnologie disponibili oggi permettono di trovare molti altri esempi di relazioni in cui l'omotopia di $X(\mathbb{C})$ influenza strutture algebriche di X e viceversa. Curiosamente, anche in questo caso il tipo di omotopia è rappresentato nelle formule da determinate classi caratteristiche (a coefficienti razionali) di $T_{X(\mathbb{C})}$, ma il cui grado risulta essere un intero. Nel seminario si discuteranno le tecniche e dei risultati ottenibili in questo contesto.